A múlt havi számunkban közreadtuk az 1995. évi Téli Ankéton meghirdetett Totó kérdéseit. A telitalálatos szelvény:

$$x,\ x,\ x,\qquad 2,\ 2,\ 1,\qquad 2,\ 2,\ 2,\qquad 1,\ 2,\ 1,\ 1,\qquad x.$$

Az Ankéton az egyik feladatot (a 13-ikat!) szerencsétlen módon hibás számadatokkal tettük közzé, s így a helyes megoldás nem szerepelt a felkínált lehetőségek között. Ezt a feladatot nem értékeltük, így a maximálisan elérhető találatszám csak 13 volt. A legjobb eredményt 11 találatos szelvényével *Varga Tamás* (Révkomárom, Selye János Gimn.) érte el, s ezért könyvjutalmat kapott. Dicséretet érdemelnek a 10 találatosok is: *Elek Péter, Gombár Zsolt, Gröller Ákos, Havasi Ferenc, Kovács Baldvin, Pallinger Ágnes, Papp Eszter, Rozmán András, Tóth Gábor Zsolt* és *Varga Dezső.*

Néhány megjegyzés a totószelvényen szereplő „trükkösebb feladatok” megoldásáról.

2. Ha egy n fiókos asztalba p valószínűséggel elrejtünk egy levelet, és $n-1$ fiókot kinyitva még nem találtuk meg azt, akkor az n-edik fiókban — meglepő módon — p-nél kisebb valószínűséggel találjuk meg a levelet! (Kivételt csak a nyilvánvaló határesetek, $p=0$ és $p=1$ képeznek.) Jól látható ez például az $n=2$, $p=1/2$ esetben. Ha két darab kétfiókos asztal négy fiókjának valamelyikébe dugjuk a levelet, akkor az egyik (mondjuk a bal oldali) asztalba $1/2$ valószínűséggel kerül. Ha ennek az asztalnak egyik fiókjában eredménytelenül kerestük a levelet, a másik fiókban — mivel már csak 3, egymással egyenértékű helyen lehet — nyilván $1/3$ valószínűséggel találjuk meg. Általában a kérdéses valószínűség $p/(p+n-np)$, s ez $n>1$ és $0<p<1$ esetben p-nél kisebb.

3. A felmelegített szobában levő levegő belső energiája ugyanakkora, mint a hideg szobában levő levegőé, hiszen a belső energia a pV szorzattal arányos, s a melegítés során sem a levegő nyomása, sem a szoba térfogata nem változik meg (ha a falak hőtágulásától eltekintünk).

4. Ha egy körön felveszünk n pontot, és bármelyik kettőt összekötjük, az egyenes szakaszok a kör belsejét $f(n)$ részre osztják. Közvetlen leszámolással beláthatjuk, hogy (az elfajult eseteket kizárva) $n=1,2,3,4,5$ esetekre az $f(n)$ számok rendre $1,2,4,8,16$ értékűek. A csalóka látszat ellenére $f(n)$ mégsem exponenciális függvény, hiszen pl. $f(6)=31$. Az Euler-féle poliédertétel segítségével beláthatjuk, hogy $f(n)$ negyedfokú polinom. A kör belsejében és a kerületén ugyanis összesen $c=\binom{n}{4}+n$ csomópont található. A belső csomópontok mindegyikébe 4, a kerületi pontokba pedig $n+1$ él fut, az összes élek száma tehát $e=2\binom{n}{4}+\frac{n(n+1)}{2}$. Ha most a vizsgált hálózatot képzeletben egy gömb felületére terítjük, akkor Euler tétele értelmében a lapok száma (a kör külsejének megfelelő lap nélkül) $f(n)=e-c+1=\binom{n}{4}+\binom{n}{2}+1$, s ez valóban negyedfokú polinom.

6. Egy hosszú lejtőn rugalmasan pattogó golyó mozgása a vízszinteshez képest a lejtő szögével megdöntött koordinátarendszerből nézve éppen olyan, mintha egy vízszintes asztalon pattogó golyóra a (lecsökkent erősségű) gravitációs erőn kívül még egy állandó nagyságú „vízszintes” erő is hatna. Ekkor a „függőleges” mozgás azonos időközönként bekövetkező pattogások közötti szabadesésből áll, a vízszintes mozgás pedig (egyenletesen gyorsuló lévén) a pattogási helyek távolságára számtani sorozatot ad. (Ez a szellemes, részletes számolást nem igénylő megoldás *Major Andrástól* származik.)

7. A sorosan és a párhuzamosan kapcsolt ellenállások eredőjét a számtani és a harmonikus közepekre vonatkozó egyenlőtlenség felhasználásával hasonlíthatjuk össze.

10. n darab ellenállás soros kapcsolásával legfeljebb 2^n-féle eredő ellenállást kaphatunk, tehát 1000-féle lehetőséghez legalább 10 ellenállás szükséges. Ennyi viszont elegendő is, hiszen $1,2,4,8,\ldots 512$ ohmos ellenállásokat választva (az előállítandó eredő kettes számrendszerbeli alakjának megfelelően) 1 és 1023 között bármelyik egész számértékű ellenállás megkapható.

11. Egy G súlyú ládát μ súrlódási együtthatójú vízszintesen talajon μG-nél kisebb erővel is el lehet húzni, ha a húzóerő alkalmasan választott α szögben ferdén felfelé hat. Optimális esetben csupán $G\mu/\sqrt{1+\mu^2}$ húzóerőt kell kifejtenünk.

13 + 1. A súrlódó csőben α szögben bekanyarodó kicsiny test $R(\alpha)$ relatív sebességváltozása eleget kell tegyen az $R(\alpha+\beta)=R(\alpha)\cdot R(\beta)$ függvényegyenletnek (hiszen egy nagyobb szögű kanyar felfogható egymás utáni két kisebb kanyarként is). Ennek a feltételnek a megadott lehetőségek közül csak az $R(\alpha)=e^{-\mu\alpha}$ kifejezés tett eleget.

G. P.