

Simon Elemér tanár úr emlékére

¹Simon Elemér a szerző matematikatanára volt a szegedi Klauzál Gábor Gimnáziumban.

1. a) Egy mértani sorozat első tagja 2, az első n tag összege 16, az első n tag reciprokeinak összege 4. Írja fel a sorozat első n tagját.

b) Egy mértani sorozat első tagja $\frac{1}{2}$, az első n tag összege 20, az első n tag reciprokeinak összege $\frac{80}{27}$. Írja fel a sorozat első n tagját.

2. Egy háromszög oldalainak hossza $a = 6, 8, b = 22, 1, c = 25, 5$ egység. Számítsa ki a háromszög

a) területét;

b) köré írható körének sugarát;

c) beírt körének sugarát.

3. Oldja meg a valós számhármasok halmazán (\mathbf{R}^3) a következő egyenletrendszert:

$$x + y = 2z^2, \quad y + z = 2x^2, \quad z + x = 2y^2.$$

4. Bizonyítsa be, hogy ha egy háromszög oldalai a, b és c , a velük szemközti szögek pedig rendre α, β és γ , akkor

$$a^2 + b^2 - (\sqrt{6} + \sqrt{2}) ab \cos(\gamma + 75^\circ) = b^2 + c^2 - (\sqrt{6} + \sqrt{2}) bc \cos(\alpha + 75^\circ).$$

Írjon fel c, a és β függvényeként egy, az előző két kifejezéssel egyenlő kifejezést.

5. Tekintsük az $1 < x < 64$ valós számokra értelmezett

$$x \mapsto f(x) = (\log_2 x)^4 + 12(\log_2 x)^2 \cdot \log_2 \frac{8}{x}$$

függvényt. Állapítsa meg a függvény legnagyobb értékét! Mely x helyen veszi fel a függvény ezt a legnagyobb értéket?

6. Az év elején 100 000 Ft hitelt vettünk fel egy banktól hat hónapra. A visszafizetés hat részletben, az első hónap végétől kezdve minden hónap végén történik. A bank az első három hónapban havi 2,5%-os, a következő három hónapban havi 2%-os kamatot számolt fel. A havi törlesztőrészlet az első három hónapban egyenlő. A második három hónapban is megegyeznek a törlesztőrészletek, de ezek kétszer akkora, mint az első három hónapban. Számítsa ki a törlesztőrészleteket.

7. Egy rombusz két oldalegyenesének egyenlete $x - y - 7 = 0$, illetve $x + 7y - 31 = 0$. Írja fel a rombuszba írható kör egyenletét, ha a kör sugara $\rho = 2\sqrt{2}$ egység.

8. Oldja meg a valós számok halmazán a

$$\sqrt{x^2 + x + \frac{p^2}{(x-1)^2}} = x - \frac{p}{x-1}$$

egyenletet, ahol p valós paraméter. A p mely értékénél van az egyenletnek két különböző megoldása?

Rábai Imre

²Ajánljuk, hogy a mérőlapok feladatait tanári segítséggel dolgozzák fel a diákok, tehát a feladatokat megoldás után beszéljék meg órán vagy szakkörön.