Ha valamilyen n számú (alkalmasan összeméretezett, egybevágó vagy különböző) kockából, mindegyiket felhasználva, összeállíthatunk egy nagyobb kockát, akkor a követelményeknek megfelel az $n+7=(n-1)+2^3==n+(2^3-1)$ szám is, hiszen az összeállítás 1 kockáját kiemelve és $8=2^3$ számú, fele akkora élű kockával helyettesítve, ismét megfelelő összeállítást kapunk. Röviden, és mindjárt eljárásunk k-szori ismétlésére gondolva: ha egy n szám jó, akkor jó minden $n+7k$ alakú szám; a $2^3-1=7$-es szám jó „növelő szám”.

Nyilvánvalóan jó szám az $n=1$, és az $1+7k,\ k=1,\ 2,\ 3,\ \dots$ „jó sorozatot” így is jellemezhetjük: jó minden olyan szám, amelyet 7-tel osztva, maradékul 1-et kapunk. – Speciálisan, $k=9$ mellett $n=64=4^3=(2^2)^3$ adódik, erről a jó számról rögtön látjuk, hogy többek között ide tartozik az $n=1$ kockának egyenesen 64 *egybevágó*, negyed akkora élű kockával való helyettesítése; itt a lépések $k=9=1+2^3$ száma így értelmezhető: először „feleztük” a kocka élét, majd a 8 db mindegyikében újra feleztünk. Benne van a talált sorozatban minden $(2^m)^3$ alakú szám.

Hasonlóan jó szám az $n=3^3=27$ is, tehát a $3^3-1=26$ jó növelő szám. És mivel a 26-ot 7-tel osztva, nem 0 maradékot kapunk, azért újabb, 7-esével növekedő jó sorozatokat kapunk az eddigi $n=1$ mellett a

$$27=1+26,\quad 53=1+2\cdot 26,\quad 79=1+3\cdot 26,\quad 105,\quad 131,\quad 157,$$

kezdő számokból kiindulva. Valóban, ezeknek „7-es maradéka” rendre

$$6\qquad 4\qquad 2\qquad 0,\qquad 5,\qquad 3$$

csupa különböző szám. És mivel másféle 7-es maradék már nem is lehet, azért az

$$1+7k,\quad 27+7k,\quad 53+7k,\quad 79+7k,\quad 105+7k,\quad 131+7k,\quad 157+7k$$

sorozatok együttvéve minden $n\geq 157$ természetes számot tartalmaznak, tehát a feladat követelményének megfelel az $N=156$ szám.

De megfelel már $N=150$ is, hiszen a $151,\ 152,\ \dots,\ 156$ számok a fentiek közül nyilvánvalón egy-egy kisebb kezdőtagú jó sorozatban fordulnak elő. – Ezzel a feladat állítását bebizonyítottuk.

Megjegyzés. A fentiekben elég volt $k=1,\ 2$ és 3-ra figyelembe venni, hogy $n=k^3$ nyilvánvalóan jó szám; sőt még ezt sem használtuk ki teljesen. Jobb kihasználással leszorítjuk N-et 108-ra, majd egy további hasonló lépéssel 70-re.

Állítsunk össze 27 db egységnyi élű kockából 1 db kockát, majd pótolunk ebben alkalmas 8-at 1 db 2 egységnyi élű kockával – ez nyilvánvalóan megtehető. Eszerint a $20=3^3-2^3+1$ jó szám, és jó növelő szám a 19. Ezt véve a fenti 26 helyére, az (1) sorozatbeli kezdő tagok helyére rendre $(26-19)t$-vel kisebb szám lép, ahol $t=0,\ 1,\ \dots,\ 6$, így adódik a $N=150-6\cdot 7=108$.

A megmaradt két legnagyobb kezdő tag: 115 és 96. Hasonlóan a $4^3-3^3+1==38$ jó szám és a 7-es maradékban egyezik a 115-tel, hiszen $115-38=7\cdot 11$. Másrészt a 37 jó növelő szám, tehát jó szám a $38+37=75$; ezt írva a vele egyező maradékú 96 helyére a 77 marad legnagyobbnak jó sorozataink kezdő tagjai közül, és innen adódik a mondott $N=70$.

Meggondolásunk nem adhat választ arra, vajon az $n=70$ szám jó-e vagy nem; tovább azonban nem próbáljuk az N korlát leszorítását.