

*Soós Paula tanárnő emlékére*

<sup>1</sup>Ajánljuk, hogy a mérőlapok feladatait tanári segítséggel dolgozzák fel a diákok, tehát a feladatokat a megoldás után beszéljék meg órán vagy szakkörön.

1. Egy számtani sorozat  $(a_1, a_2, \dots, a_n, \dots)$  első hat tagjának összege 42, és  $a_2 a_5 = 13$ . Számítsa ki a sorozat első tagját és differenciáját.

2. Az  $AB$  szakaszt a  $C$  pont  $1 : 2$  arányban osztja, azaz  $2AC = CB$ . Az  $AB$ ,  $AC$  és  $CB$  szakaszok mint átmérők fölé rajzoljon félköröket az  $AB$  egyenesnek ugyanazon a partján. E három félkört érintő kör sugara  $r = 12$  egység. Számítsa ki az  $AB$  szakasz hosszát.

3. Oldja meg a valós számpárok halmazán  $(\mathbf{R}^2)$  a következő egyenletrendszert:

$$x = \frac{y^2 + 2}{2y + 1}, \quad y = \frac{x^2 + 2}{2x + 1}.$$

4. Egy háromszög területe  $T = \frac{1}{4\sqrt{3}}(c^2 - a^2 - b^2)$ , ahol  $a$ ,  $b$  és  $c$  a háromszög oldalainak hossza. Számítsa ki a háromszög  $c$  oldalával szemközi szögét.

5. Tekintsük az  $f(x) = \frac{11}{2} - \frac{1}{2} \cos 4x - \frac{4 \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$  kifejezést.

a) Határozza meg azt a legbővebb  $D$  halmazt, amelyen a kifejezés értelmezhető.

b) Határozza meg a  $D$  halmazon értelmezett  $x \mapsto f(x)$  függvény legnagyobb és legkisebb értékét.

Mely helyeken veszi fel a függvény a szélsőértékeit?

6. Egy bankba elhelyeztünk 100 000 Ft-ot kamatos kamatra. Az első évben a bank 24 %-os kamatot számolt el, a második évben a kamatot  $p$  %-kal, a harmadik évben újabb  $p$  %-kal csökkentette. Ily módon a harmadik év végén 18 054, 4 Ft-tal kevesebbet fizettek vissza, mint amennyit a 24 %-os kamatláb mellett reméltünk. Számítsa ki  $p$  értékét.

7. Írja fel annak a körnek az egyenletét, amely az  $x = 12$  egyenletű egyenest a 8 ordinátájú pontjában érinti, és érinti az  $x^2 + y^2 = 16$  egyenletű kört is.

8. A  $p$  valós paraméter mely értékeire van megoldása a

$$2 - \frac{x}{x + 2p} = \frac{2}{x - 2p} + \frac{x^2 + 2x - 6p^2}{x^2 - 4p^2}$$

egyenletnek? Mely  $p$  értékekre lesz az egyenlet egyik gyöke  $2p$ -nél kisebb?

**Rábai Imre**