A 37. Nemzetközi Matematikai Diákolimpiát Indiában, Bombay (újabb nevén Mumbai) városában rendezték 1996. július 5–17. között. A versenyen 75 ország csapata vett részt, közülük 64 a megengedett maximális – 6 fős – csapattal. Alább következik a résztvevő országok listája (11 ország esetében, melyek 6-nál kisebb létszámú csapattal vettek részt, az országnév után zárójelben feltüntettem, hogy hány tagú csapatot indítottak):

Albánia(4), Argentína, Ausztrália, Ausztria, Azerbajdzsán, Belorusszia, Belgium, Bosznia-Hercegovina(4), Brazília(5), Bulgária, Chile(2), Ciprus(5), Csehország, Dánia, Dél-Afrika, Dél-Korea, Észtország, Finnország, Franciaország, Fülöp-szigetek, Görögország, Grúzia, Hollandia, Hongkong, Horvátország, India, Indonézia, Irán, Írország, Izland, Izrael, Japán, Jugoszlávia, Kanada, Kazahsztán, Kína, Kirgizsztán, Kolumbia, Kuba(1), Kuvait(2), Lengyelország, Lettország, Litvánia, Macedónia, Makaó, Malajzia(4), Magyarország, Marokkó, Mexikó, Moldova(5), Mongólia, Nagy-Britannia, Németország, Norvégia, Olaszország, Oroszország, Örményország, Portugália, Románia, Spanyolország, Sri Lanka, Svájc(4), Svédország, Szingapúr, Szlovákia, Szlovénia, Tajvan, Thaiföld, Törökország, Trinidad és Tobago, Türkmenisztán(4), Új-Zéland, Ukrajna, USA, Vietnam.

Szokás szerint az olimpián két egymás utáni napon 3–3 feladatot kellett megoldani mindkét esetben 4 és fél óra alatt. Mindegyik feladat helyes megoldása 7 pontot ért, egy versenyző tehát maximálisan 42 pontot szerezhetett, egy ország (hattagú) csapata pedig legfeljebb 252 pontot. A verseny végeztével a 28–42 pontot elért versenyzők első díjat, a 20–27 pontot elértek második díjat, míg a 12–19 pontot szerzők harmadik díjat kaptak.

A magyar versenyzők eredménye az alábbi volt:

**Burcsi Péter,** a pápai Türr István Gimnázium IV. osztályos tanulója 36 ponttal,
**Frenkel Péter,** a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium III. osztályos tanulója 35 ponttal,
**Pap Gyula,** a debreceni Fazekas Mihály Gimnázium III. osztályos tanulója pedig 30 ponttal *első díjat nyertek,*
**Braun Gábor,** a budapesti Szent István Gimnázium III. osztályos tanulója 27 ponttal,
**Bárász Mihály,** a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium IV. osztályos tanulója pedig 26 ponttal *második díjat nyertek,*
**Gyarmati Katalin,** a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium IV. osztályos tanulója pedig 13 ponttal *harmadik díjat nyert.*

Mint az az egyes díjak ponthatáraiból is látszik, az idei olimpia különösen nehéznek bizonyult. Az olimpián résztvevő 424 versenyző közül mindössze 1 diák érte el a maximális 42 pontot. (Ez egy román fiú volt, aki már a tavalyi diákolimpián is 42 pontot szerzett.) A következő két legjobb eredmény 39, ill. 38 pont volt, mindegyiket egy-egy dél-koreai versenyző érte el. Az igazi nehézséget az 5. feladat okozta, ezt a 424 versenyző közül mindössze hatnak sikerült megoldania.

A nemzetek közötti (nem-hivatalos) csapatversenyben **Magyarország csapata az előző két évi ötödik helyezését is túlszárnyalta és az eddigi legnagyobb mezőnyű olimpián a harmadik helyen végzett.** Ez sok év óta a legjobb magyar eredmény! Az élmezőny így alakult:

1. Románia 187 ponttal, 2. USA 185, 3. Magyarország 167, 4. Oroszország 162, 5. Nagy-Britannia 161, 6. Kína 160, 7. Vietnam 155, 8. Dél-Korea 151, 9. Irán 143, 10. Németország 137, 11–12. Japán és Bulgária 136, 13. Lengyelország 122, 14. India 118, 15. Izrael 114, 16. Kanada 110, 17. Szlovákia 108, 18. Ukrajna 105, 19. Törökország 104, 20. Tajvan 100 ponttal.

A magyar csapat vezetője *Pelikán József* (Eötvös Loránd Tudományegyetem), helyettes vezetője *Benczúr Péter* (szintén ELTE) volt. A versenyzők felkészítéséért *Reiman István*t (Budapesti Műszaki Egyetem) és Benczúr Pétert illeti köszönet.

Valamennyien – versenyzők és vezetők – először jártunk Indiában és persze mindannyian tudtuk, hogy szegénységgel fogunk találkozni, a valóságos látvány azonban mégis – nem tudok jobb szót rá – sokkoló volt. Az utcán (nappal is) tízezerszám alvó csontsovány emberek látványa ugyanolyan megrázó volt a verseny végén, mint az első napon. A látványban pedig bőven volt részünk, mert Bombay hatalmas város: naponta kétszer két órát buszoztunk a verseny helyszínére és vissza. (Bombay-nek lényegesen több lakosa van, mint Magyarországnak!) A közlekedés különben is elképesztő: az úttesten teljes összevisszaságban kavarognak buszok, taxik, riksák, motorosok, kecskék, kutyák, tehenek és rengeteg gyalogos (néha egy-egy elefánt is). Az egyetlen vigasztaló az volt, hogy az indiaiak mindezt – szegénységet és tömeget – békésen tűrik: általában derűsek és barátságosak. Problémánk támadt az étkezéssel is: noha bőséges és igen finom ételeket kaptunk teljesen higiénikusnak tűnő körülmények közt, mégis előbb-utóbb a diákoknak és a vezetőknek is a nagyobb része gyomorpanaszokkal küzdött (néhány diákot kórházba is kellett vinni – szerencsére hamarosan felépültek).

Mindezek ellenére az olimpiát alapjában dicsérni kell: a matematikai előkészítés (feladatjavaslatok kiválogatása) kifogástalan volt, az ún. koordinátorok (helyi matematikusok, akik a versenyzők dolgozatait átnézve ügyelnek arra, hogy az egyes csapatok esetén azonos mércével bírálják el a megoldásokat) munkájával pedig mindenki elégedett volt. (Az a ritka eset, amikor a „bírót” dicsérik!) Szállásunk és ellátásunk felülmúlt minden várakozást, szállításunk pedig indiai viszonylatban luxusnak számító buszokkal történt. Ha mindehhez hozzávesszük, hogy a szervezők az utolsó pillanatban kényszerültek a verseny helyszínét megváltoztatni (eredetileg Delhi lett volna a helyszín), akkor elmondhatjuk, hogy a szervezést irányító *A. Vaidya* professzor és munkatársai nagyon jó munkát végeztek.

A teljesség kedvéért még egy „sportdiplomáciai" sikerről is beszámolok: a diákolimpiák „irányító testületébe", a négytagú ún. Advisory Board-ba, amelynek az előző négy évben tagja voltam, újabb négy évre megválasztottak.

Az 1997. évi diákolimpiát Argentínában, Mar del Plata-ban rendezik, július 18–31. között.

**Pelikán József**

**Első nap**

**1.** Legyen $ABCD$ egy téglalap alakú tábla, amelynek oldalhosszai: $\overline{AB} = 20$, $\overline{BC} = 12$. A táblát felbontjuk $20 \times 12$ egységnégyzetre. Legyen $r$ egy adott pozitív egész szám. Egy bábuval akkor és csak akkor léphetünk valamelyik négyzetről egy másik négyzetre, ha a két négyzet középpontjának távolsága $\sqrt{r}$. A feladat az, hogy olyan lépéssorozatot találjunk, amivel a bábuval eljutunk arról a négyzetről, amelynek egyik csúcsa $A$, arra a négyzetre, amelynek egyik csúcsa $B$.

(a)Mutassuk meg, hogy a feladatnak nincs megoldása, ha $r$ osztható 2-vel vagy 3-mal.

(b)Mutassuk meg, hogy a feladat megoldható, ha $r = 73$.

(c)Van-e megoldása a feladatnak $r = 97$ esetén?

**2.** Legyen $P$ az $ABC$ háromszög olyan belső pontja, amelyre

$$APB\sphericalangle - ACB\sphericalangle = APC\sphericalangle - ABC\sphericalangle$$

teljesül. Legyen $D$, ill. $E$ az $APB$, ill. $APC$ háromszögek beírt körének középpontja. Mutassuk meg, hogy az $AP$, $BD$ és $CE$ egyenesek egy ponton mennek át.

**3.** Legyen $S = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ a nem-negatív egész számok halmaza. Határozzuk meg az összes olyan $f$ függvényt, ami $S$-en van definiálva, és az értékei is $S$-ből valók, és amire teljesül

$$f(m + f(n)) = f(f(m)) + f(n)$$

minden $S$-beli $m$, $n$ elemre.

**Második nap**

**4.** $a$ és $b$ olyan pozitív egész számok, amelyekre teljesül az, hogy $15a + 16b$ és $16a - 15b$ mindegyike valamilyen pozitív egész szám négyzete. Határozzuk meg ezen két négyzetszám minimumának legkisebb lehetséges értékét.

**5.** Az $ABCDEF$ konvex hatszögre teljesül az, hogy $AB$ párhuzamos $ED$-vel, $BC$ párhuzamos $FE$-vel és $CD$ párhuzamos $AF$-fel. Jelölje $R_A$, $R_C$, ill. $R_E$ az $FAB$, $BCD$, ill. $DEF$ háromszögek körülírt körének sugarát, és jelölje $p$ a hatszög kerületét. Bizonyítsuk be, hogy

$$R_A + R_C + R_E \geq \frac{p}{2}.$$

**6.** Legyenek $n$, $p$, $q$ olyan pozitív egész számok, amelyekre teljesül $n > p + q$. Legyenek $x_0$, $x_1$, $\dots$, $x_n$ olyan egész számok, amelyek kielégítik az alábbi feltételeket:

(a)$x_0 = x_n = 0$;

(b)minden $i$ egész számra, amire $1 \leq i \leq n$, igaz az $x_i - x_{i-1} = p$ vagy az $x_i - x_{i-1} = -q$ állítás.
Bizonyítsuk be, hogy létezik olyan $(i, j)$ indexpár, amire $i < j$ és $(i, j) \neq (0, n)$, és amire fennáll $x_i = x_j$.