

Kicsit általánosabban keressük azokat az a_1, a_2, \dots, a_n , mértani sorozatokat, amelyekhez az $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$ indexek, és az $\varepsilon_j = (\pm 1)$ ($j = 1, 2, \dots, k$) előjelek megválaszthatók úgy, hogy

$$(1) \quad \varepsilon_1 a_{i_1} + \varepsilon_2 a_{i_2} + \dots + \varepsilon_k a_{i_k} = 0$$

teljesüljön. Jelöljük a sorozat hányadosát q -val, akkor (1) az

$$(2) \quad a_{i_1} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 q^{i_2 - i_1} + \dots + \varepsilon_k q^{i_k - i_1}) = 0$$

összefüggést jelenti. Ez mindig teljesül, ha $a_{i_1} = 0$, vagy ha

$$(3) \quad \varepsilon_2 q^{i_2 - i_1} + \dots + \varepsilon_k q^{i_k - i_1} = -\varepsilon_1.$$

A második esetben (3) bal oldalán minden tag osztható q -val, így ε_1 is osztható q -val, ami csak $q = 1$, vagy $q = -1$ mellett lehetséges. A $q = 1$ érték csak az általánosabb feladatra ad megoldást, $q = -1$ viszont az eredeti feladatra is megfelelő megoldást ad.

A mértani sorozat hányadosa tehát tetszőleges szám lehet, de csak akkor, ha a sorozat első tagja 0. Ha ezt és a $q = 0$ triviális eseteket kizárjuk, a hányados értéke csak -1 lehet.

Tornóci László (Tata, Eötvös J. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzések. 1. Azt, hogy nincs az $a_1 \neq 0$, $|q| \geq 2$ feltételeknek eleget tevő megoldás, annak alapján is beláthatjuk, hogy az ilyen sorozatokban $|a_{n+1}| > |a_1| + |a_2| + \dots + |a_n|$ ($n = 1, 2, \dots$).

2. Hasonló kérdést vizsgáltunk az 1936. feladat megoldása során is (KÖMAL 1975. 2. szám 63. old.).