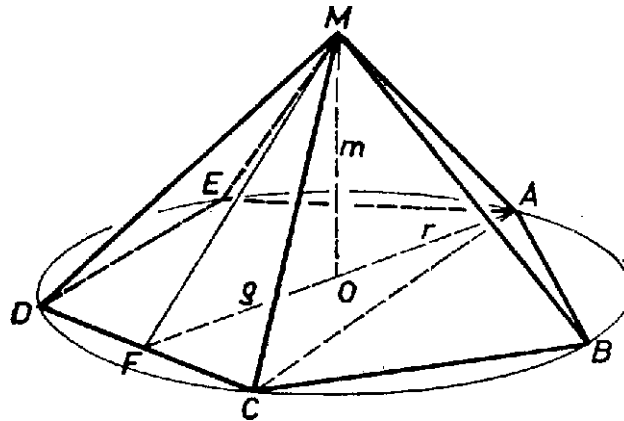
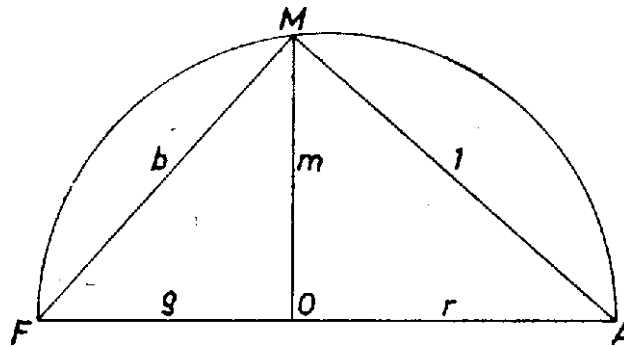


Mivel  $M$  egyenlő távolságra van az alaplap mindegyik csúcsától, ezért ugyanez igaz  $M$ -nek az alaplapra eső  $O$  merőleges vetületére is. Így az alap ötszög köré kör írható, tehát szabályos ötszögről van szó, mert a körbe-írt egyenlő oldalú (konvex) idom szabályos.



Mivel  $MA$  merőleges az  $MCD$  lapra, azért merőleges e lap  $MF$  szimmetriatengelyére is, ahol  $F$  a  $CD$  él felező-pontja.



Az  $MAF$  derékszögű háromszögből meghatározhatjuk a továbbiakhoz szükséges  $OM = m$ ,  $OF = \rho$ ,  $MF = b$  méreteket, legyen még  $OA = r$  és  $CD = a$  (az  $AF$  átfogó átmegy  $O$ -n, hiszen az ötszög szabályos).  $\rho = OC \cos 36^\circ = r \cos 36^\circ$ ,

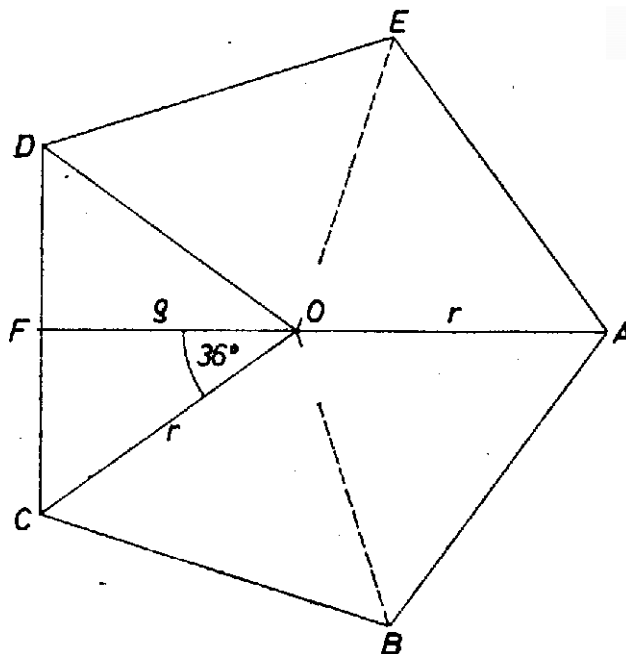
$$AF = \frac{AM^2}{AO} = \frac{1}{r} = r + \rho = r(1 + \cos 36^\circ),$$

innen

$$r = \frac{1}{\sqrt{1 + \cos 36^\circ}}, \quad \rho = \frac{\cos 36^\circ}{\sqrt{1 + \cos 36^\circ}} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2\sqrt{5 + \sqrt{5}}} = \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{\sqrt{5}}{5}},$$

$$m = OM = \sqrt{OF \cdot OA} = \sqrt{\rho r} = r \sqrt{\cos 36^\circ} = \sqrt{\frac{\cos 36^\circ}{1 + \cos 36^\circ}} = \sqrt{\frac{\sqrt{5} + 1}{5 + \sqrt{5}}} = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{5}}},$$

hiszen  $\cos 36^\circ$  feleakkora, mint a szabályos ötszög átlójának és oldalának  $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$  aránya.



Továbbá

$$b = \sqrt{m^2 + q^2} = r\sqrt{\cos 36^\circ(1 + \cos 36^\circ)} = \sqrt{\cos 36^\circ} = \frac{1}{2}\sqrt{1 + \sqrt{5}},$$

$$a = 2r \sin 36^\circ = \frac{2\sqrt{1 - \cos^2 36^\circ}}{\sqrt{1 + \cos 36^\circ}} = 2\sqrt{1 - \cos 36^\circ} = \sqrt{3 - \sqrt{5}}.$$

Mármost a gúla alapterülete és felszíne:

$$t = \frac{5}{2}a\varrho = \frac{1}{4}\sqrt{50 - 10\sqrt{5}} = 1,31 \text{ ter. egys.},$$

illetve

$$F = t + \frac{5}{2}ab = \frac{5}{4}\sqrt{2(\sqrt{5} - 1)} = 3,28 \text{ ter. egys.},$$

térfogata pedig

$$V = \frac{tm}{3} = \frac{1}{12}\sqrt{10(\sqrt{5} - 1)} = 0,293 \text{ térf. egység.}$$

*Megjegyzés.* Számos dolgozat beküldője bizonyítás nélkül használta fel, hogy az alaplap szabályos ötszög. Ezek nem teljes megoldások. A szerkesztő bizottság azért mellőzte a szabályos kimondását, hogy ne mondjon felesleges adatot, és hogy ennek bizonyítása is a megoldók feladata legyen.