A 36. Nemzetközi Matematikai Diákolimpiát Kanadában, Toronto városában rendezték 1995. július 13–25. között. A versenyen 73 ország csapata vett részt, közülük 64 a megengedett maximális – 6 fős – csapattal. A résztvevő országok alábbi listáján az ország neve után zárójelben a csapatlétszám szerepel ott, ahol 6-nál kevesebben indultak:

Argentína, Ausztrália, Ausztria, Azerbajdzsán(3), Belorusszia, Belgium, Bosznia-Hercegovina, Brazília, Bulgária, Chile(2), Ciprus, Csehország, Dánia, Dél-Afrika, Dél-Korea, Észtország, Finnország, Franciaország, Fülöp-szigetek, Görögország, Grúzia, Hollandia, Hongkong, Horvátország, India, Indonézia, Irán, Írország, Izland(4), Izrael, Japán, Jugoszlávia, Kanada, Kazahsztán, Kína, Kirgizisztán, Kolumbia, Kuba(4), Kuvait(2), Lengyelország, Lettország, Litvánia, Macedónia, Makaó, Malajzia(2), Magyarország, Marokkó, Mexikó, Moldova, Mongólia, Nagy-Britannia, Németország, Norvégia, Olaszország, Oroszország, Örményország, Portugália, Románia, Spanyolország, Sri Lanka(1), Svájc(5), Svédország, Szingapúr, Szlovákia, Szlovénia(5), Tajvan, Thaiföld, Törökország, Trinidad és Tobago, Új-Zéland, Ukrajna, USA, Vietnam.

Szokás szerint az olimpián két egymás utáni napon 3–3 feladatot kellett megoldani mindkét esetben 4 és fél óra alatt. Mindegyik feladat helyes megoldása 7 pontot ért, egy versenyző tehát maximálisan 42 pontot szerezhetett, egy ország (hattagú) csapata pedig legfeljebb 252 pontot. A verseny végeztével a 37–42 pontot elért versenyzők első díjat, a 29–36 pontot elértek második díjat, míg a 19–28 pontot szerzők harmadik díjat kaptak.

A magyar versenyzők eredménye az alábbi volt:

Bárász Mihály, a budapesti Fazekas Mihály Gimnázium III. osztályos tanulója,

Burcsi Péter, a pápai Türr István Gimnázium III. osztályos tanulója és

Koblinger Egmont, a budapesti Fazekas Mihály Gimnázium IV. osztályos tanulója egyaránt 42 pontos, *maximális teljesítménnyel első díjat nyertek*,

Németh Zoltán, a budapesti Fazekas Mihály Gimnázium IV. osztályos tanulója 29 ponttal *második díjat nyert*,

Szádeczky-Kardoss Szabolcs 28 ponttal, **Valkó Benedek** pedig 27 ponttal (mindketten a budapesti Fazekas Mihály Gimnázium IV. osztályos tanulói) *harmadik díjat nyertek*.

Az olimpián résztvevő 412 versenyző közül mindössze 14-en érték el a maximális 42 pontot. Nagyon örvendetes, hogy e között a 14 között 3 magyar is volt.

A nemzetek közötti (nem-hivatalos) csapatverseny élmezőnye így alakult:

1. Kína 236 ponttal, 2. Románia 230, 3. Oroszország 227, 4. Vietnam 220, 5. Magyarország 210, 6. Bulgária 207, 7. Dél-Korea 203, 8. Irán 202, 9. Japán 183, 10. Nagy-Britannia 180, 11. USA 178, 12. Tajvan 176, 13. Izrael 171, 14. India 165, 15. Németország 162, 16. Lengyelország 161, 17–18. Csehország és Jugoszlávia 154, 19. Kanada 153, 20. Hongkong 151, 21–22. Ausztrália és Szlovákia 145, 23. Ukrajna 140, 24. Marokkó 138, 25. Törökország 134, 26–27–28. Belorusszia, Olaszország és Szingapúr 131, 29. Argentína 129, 30. Franciaország 119.

Az, hogy a magyar csapat a tavalyi ötödik helyezést (akkor 69 ország vett részt) meg tudta ismételni, megelőzve számos nálunk nagyobb lélekszámú, nagy matematikai kultúrával rendelkező országot, nagyon szép teljesítmény.

A rendezők szokás szerint különböző kiegészítő programokat szerveztek, így volt egy kirándulás a Niagara-vízeséshez és a Toronto Blue Jays egy baseball-mérkőzését is alkalmunk volt megtekinteni.

A magyar csapat vezetője *Pelikán József* (Eötvös Loránd Tudományegyetem) volt, helyettes vezetője *Benczúr Péter* (Eötvös Loránd Tudományegyetem). Magyarország csapatát több, mint harminc éve *Reiman István* (Budapesti Műszaki Egyetem) készíti fel az olimpiára, kiválóan. Áldozatos munkájáért idén is szeretnék köszönetet mondani.

A következő Nemzetközi Matematikai Diákolimpiát 1996. július 5–17. között Indiában, Új-Delhiben rendezik meg.

Első nap

1. Legyen A, B, C, D egy egyenes négy különböző pontja, amelyek ebben a sorrendben fekszenek az egyenesen. Az AC, ill. BD átmérők fölé rajzolt körök metszéspontjai legyenek X és Y. Az XY egyenes metszéspontja a BC egyenessel legyen Z. P legyen az XY egyenes egy Z-től különböző pontja. A CP egyenes metszéspontjai az AC átmérőjű körrel legyenek C és M, a BP egyenes metszéspontjai a BD átmérőjű körrel legyenek B és N. Bizonyítsuk be, hogy az AM, DN és XY egyenesek egy ponton mennek át.

2. Legyenek a, b, c olyan pozitív valós számok, amelyekre $abc = 1$ teljesül. Bizonyítsuk be, hogy

$$\frac{1}{a^3(b+c)} + \frac{1}{b^3(c+a)} + \frac{1}{c^3(a+b)} \geq \frac{3}{2} \,.$$

3. Határozzuk meg az összes olyan $n > 3$ egész számot, amelyre létezik n pont a síkon: A_1, A_2, …, A_n és r_1, r_2, …, r_n valós számok, amelyekre a következő két feltétel teljesül:

(i) az A_1, A_2, …, A_n pontok közül semelyik három sem fekszik egy egyenesen;

(ii) minden i, j, k hármasra $(1 \leq i < j < k \leq n)$ az $A_iA_jA_k$ háromszög területe $(r_i + r_j + r_k)$-val egyenlő.

Második nap

4. Határozzuk meg azt a maximális x_0 értéket, amelyre létezik pozitív valós számoknak egy $x_0, x_1, \ldots, x_{1995}$ sorozata, amely kielégíti az alábbi két feltételt:

(i) $$x_0 = x_{1995};$$

(ii) $$x_{i-1} + \frac{2}{x_{i-1}} = 2x_i + \frac{1}{x_i}$$

minden $i = 1, 2, \ldots, 1995$ esetén.

5. Legyen $ABCDEF$ egy konvex hatszög, amelyre

$$AB = BC = CD,$$
$$DE = EF = FA,$$

és

$$BCD\sphericalangle = EFA\sphericalangle = 60^\circ$$

teljesül. Legyen G és H a hatszög két olyan belső pontja, amelyekre $AGB\sphericalangle = DHE\sphericalangle = 120^\circ$ teljesül. Bizonyítsuk be, hogy

$$AG + GB + GH + DH + HE \geq CF.$$

6. Legyen p páratlan prímszám. Határozzuk meg az $\{1, 2, \ldots, 2p\}$ halmaz olyan A részhalmazainak számát, amelyekre teljesül, hogy

(i) A-nak p eleme van, és

(ii) A elemeinek összege p-vel osztható.

Pelikán József