

## Elméleti verseny<sup>1</sup>

### 1. feladat. Relativisztikus részecske

A speciális relativitáselmélet alapján egy  $m_0$  nyugalmi tömegű szabad részecske  $E$  energiája és  $p$  lendülete között a következő összefüggés érvényes:

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} = m \cdot c^2.$$

Ha egy részecske konzervatív erőterben van, a részecske teljes energiája, ami a  $\sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}$  tag és a potenciális energia összege, állandó marad. Ha a részecske energiája nagyon nagy, a nyugalmi energiája elhanyagolható (az ilyen részecskét ultrarelativisztikusnak nevezzük).

1. Tekintsük egy nagyon nagy energiájú részecske (melynek nyugalmi energiája elhanyagolható) egydimenziós mozgását, amelyre állandó  $f$  nagyságú, centrális, vonzóerő hat. Tegyük fel, hogy a részecskét a  $t = 0$  kezdőpillanatban  $p_0$  kezdeti lendülettel az erőcentrumba helyezzük. Írd le a részecske mozgását két különböző módon: először a  $p$  lendületet ábrázold az  $x$  térkoordináta függvényében, majd  $x$ -et ábrázold  $t$  függvényében, legalább a mozgás egy periódusában. Határozd meg a fordulópontok koordinátáit a  $p_0$  és az  $f$  paraméterek segítségével, valamint nyilakkal ábrázold a mozgás irányát a  $p - x$  diagramon.

*Megjegyzés.* A mozgás közben lehetnek olyan rövid idő-intervallumok, amikor a részecske nem ultrarelativisztikus. Ezeket az időtartamokat azonban hanyagoljuk el!

2. A mezonok két kvarkból felépülő részecskék. A mezon  $M$  nyugalmi tömege megegyezik a 2-kvark rendszer teljes energiájának  $c^2$ -ed részével.

Tekintsük egy nyugalomban lévő mezon olyan egydimenziós modelljét, amelyben a 2 kvarkról feltesszük, hogy az  $x$  tengely mentén mozognak, és állandó nagyságú  $f$  erővel vonzzák egymást. Azt is feltételezzük, hogy egymáson szabadon áthatolhatnak. A kvarkok nagyenergiájú mozgásának leírásakor a kvarkok nyugalmi tömege elhanyagolható.

A  $t = 0$  kezdőpillanatban mindkét kvark az  $x = 0$  helyen található. Add meg a 2 kvark mozgását grafikusán az  $x - t$  és a  $p - x$  diagramokon. Határozd meg a fordulópontok koordinátáit  $M$  és  $f$  segítségével. Jelöld be a folyamat irányát a  $p - x$  diagramon, és végül határozd meg a 2 kvark közötti maximális távolságot!

3. Az előző alkérdésben használt vonatkoztatási rendszert  $S$  rendszernek nevezzük. Az  $S'$ -vel jelölt laboratóriumi vonatkoztatási rendszer a negatív  $x$  irányba mozog  $V = 0,6c$  állandó sebességgel. A két vonatkoztatási rendszerben a koordinátákat úgy választjuk meg, hogy az  $x = 0$  pont essen egybe az  $S'$ -beli  $x' = 0$  ponttal a  $t = t' = 0$  kezdőpillanatban.

Ábrázold grafikusán a 2 kvark mozgását az  $x' - t'$  grafikonon, határozd meg a fordulópontokat  $M$ ,  $f$  és  $c$  segítségével, és végül számítsd ki a két kvark között az  $S'$  laboratóriumi rendszerben észlelhető maximális távolságot!

*Megjegyzés.* Az  $S$  és az  $S'$  koordináta-rendszerek között a Lorentz-transzformáció teremt kapcsolatot:

$$\begin{cases} x' = \gamma (x + \beta ct) \\ t' = \gamma \left( t + \beta \frac{x}{c} \right), \end{cases}$$

ahol  $V$  a két koordináta-rendszer sebessége,  $\beta = V/c$  és  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ .

4. Egy mezon nyugalmi energiája  $Mc^2 = 140$  MeV, sebessége pedig  $0,6 c$  az  $S'$  laboratóriumi rendszerhez viszonyítva.

Határozd meg az  $S'$  laboratóriumi rendszerben a mezon  $E'$  energiáját!

**Megoldás.** 1. A vonzócentrumot az  $x = 0$  pontba helyezve a potenciális energia  $U(x) = f|x|$  módon adható meg. A teljes energia ekkor

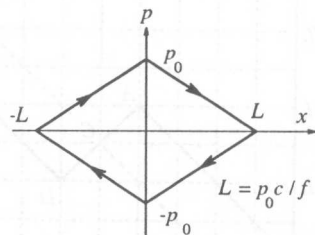
$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} + f|x|,$$

ami ultrarelativisztikus határesetben:  $E = |p|c + f|x|$ . Ez az összefüggés egyben a részecske „fázisgörbéje” a  $p - x$  síkon. (1. ábra). A részecske összenergiáját az

$$E(x = 0, p = p_0) = p_0 c$$

összefüggés, a fordulópontot pedig az  $E(|x| = L, p = 0) = p_0 c$  egyenlet adja meg:  $L = p_0 c / f$ .

<sup>1</sup> A rendelkezésre álló idő: 5 óra.

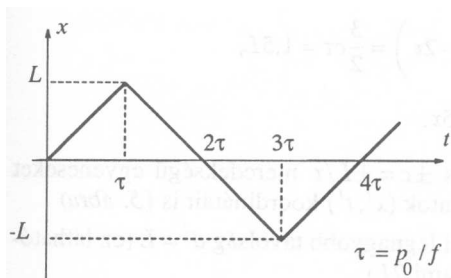


1. ábra

Ultrarelativisztikus ( $E \gg m_0 c^2$ ) határesetben a részecske  $p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$  lendülete csak úgy lehet véges nagyságú, ha  $|v| \approx c$ . Ugyanerre a következtetésre juthatunk az  $F = \Delta p / \Delta t$  Newton-egyenletből is:

$$|v| = \left| \frac{\Delta x}{\Delta t} \right| = \left| \frac{\Delta p}{\Delta t} \right| \cdot \left| \frac{\Delta x}{\Delta p} \right| = f \cdot \frac{L}{p_0} = c.$$

A részecske tehát  $v \approx \pm c$  sebességgel mozog  $x = \pm L$  pontok között (leszámítva a fordulópontok közelében eltöltött rövid időt), ahogy az a 2. ábrán látható. A periódikus mozgás negyed periódusideje:  $\tau = L/c = p_0/f$ .

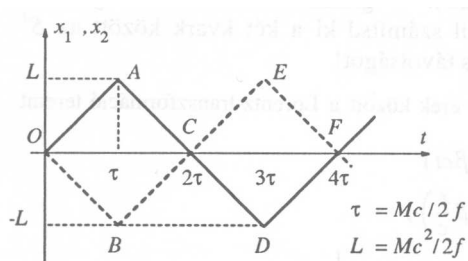


2. ábra

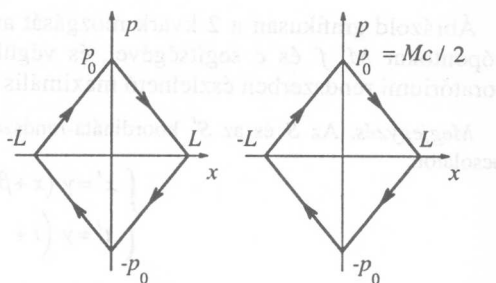
2. A két kvarkból álló rendszerre az energiatétel:

$$Mc^2 = |p_1|c + |p_2|c + f|x_1 - x_2|,$$

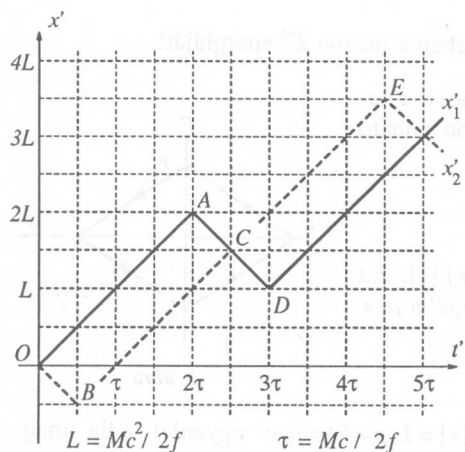
ahol  $x_i$  és  $p_i$  az egyes kvarkok helye, illetve lendülete ( $i = 1, 2$ ).



3. ábra



4. ábra



5. ábra

A mezon tömegközépponti koordináta-rendszerében  $p_1 + p_2 = 0$ , emiatt  $p_1 = -p_2$  és  $x_1 = -x_2$ . A megfelelő diagramok az előző alponthoz hasonlóan kaphatók (3. és 4. ábra). A legnagyobb távolság a kvarkok között:  $d = 2L = Mc^2/f$ . (A  $p - x$  diagramon a körüljárások iránya azonos, de a 2 kvark között „fáziskésés” van.)

3. A két részecske az  $S'$  vonatkoztatási rendszerben is (jó közelítéssel)  $\pm c$  sebességgel mozog. Ha az  $x' = 0; t = 0$  origónak a kvarkok találkozási „eseményét” választjuk ( $O$  pont a 3. ábrán), akkor a következő találkozó  $C$  eseménye, amelyet  $x_1 = x_2 = 0$  és  $t = 2\tau = Mc/f$  jellemez, az  $S'$  rendszerben ( $v = 0,6c$ , azaz  $\beta = 3/5, \gamma = 5/4$  felhasználásával)

$$x' = \gamma(x + \beta ct) = \frac{5}{4} \left( 0 + \frac{3}{5} c \cdot 2\tau \right) = \frac{3}{2} c\tau = 1,5L,$$

$$y' = \gamma \left( t + \beta \frac{x}{c} \right) = \frac{5}{4} \cdot 2\tau = 2,5\tau.$$

Az  $O$  és  $C$  pontokból „fénysebességű”, vagyis  $\pm c = \pm L/\tau$  meredekségű egyeneseket húzva megkapjuk az  $A, B, E, D \dots$  fordulópontok  $(x', t')$  koordinátáit is (5. ábra).

Erről leolvasható, hogy a részecskék közötti legnagyobb távolság  $d' = L$  (ez láthatóan kisebb, mint az  $S$ -ben legnagyobb távolság, ami  $2L$ ).

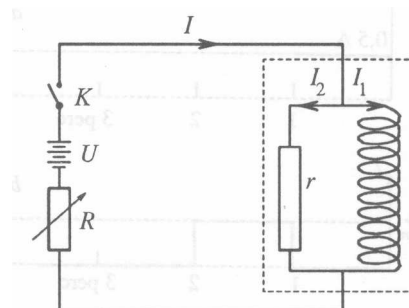
4. Ha egy  $E = Mc^2 = 140$  MeV energiájú mezon  $v = 0,6c$  sebességgel mozog a laborrendszerhez képest, akkor az impulzusa a laborban

$$p' = \frac{Mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{M \cdot 0,6c}{\sqrt{1 - 0,6^2}} = \frac{3}{4} Mc,$$

az energiája pedig ugyanebben az  $S'$  rendszerben

$$E' = \sqrt{p'^2 c^2 + M^2 c^4} = Mc^2 \sqrt{\frac{9}{16} + 1} = \frac{5}{4} Mc^2 = 175 \text{ MeV}.$$

## 2. feladat. Szupravezető mágnes

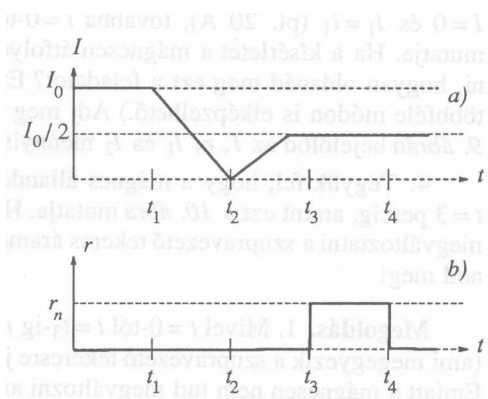


6. ábra

A szupravezető mágnességet széles körben használják a laboratóriumokban. A szupravezető mágnesek legelterjedtebb alakja egy tekercs (szolenoid), amely szupravezető drótból készült. A szupravezető mágnesek csodálatos előnye,

hogy nagy mágneses teret hoznak létre, miközben nincsen Joule-hő okozta energiaveszteség, mivel a szupravezető drót elektromos ellenállása nullává válik, amikor a mágnes 4,2 K hőmérsékletű folyékony héliumba mártjuk. A mágneshez rendszerint hozzátartozik egy speciális szupravezető kapcsoló, amint ezt a 6. ábra mutatja. A kapcsoló  $r$  ellenállása szabályozható: vagy  $r = 0$  szupravezető állapotban, vagy  $r = r_n$  normál állapotban van. Amikor a kapcsoló szupravezető állapotban van, a mágnesen állandó erősségű áram folyik, amelynek nagysága akármekkora lehet. A szupravezető állapotba hozott kapcsolóval elérhetjük, hogy még hosszú idővel a külső áramforrás kikapcsolása után is állandó mágneses mező maradjon a tekercsben.

A szupravezető kapcsoló részletei nem láthatók a 6. ábrán. Ez általában egy rövid szupravezető huzal, amelyet fűtőszál vesz körül, és megfelelően hőszigetelve van a folyékony héliumtól. Fűtés hatására a szupravezető huzal hőmérséklete növekszik, így normál állapotú ellenállássá változik. Az  $r_n$  tipikus értéke néhány ohm, esetünkben 5 ohm. A szupravezető mágnes önindukciós együtthatója a méretétől függ, a 6. ábrán látható mágnes esetében tekintsük 10 H-nek. A teljes  $I$  áramot az  $R$  ellenállás segítségével változtatjuk.

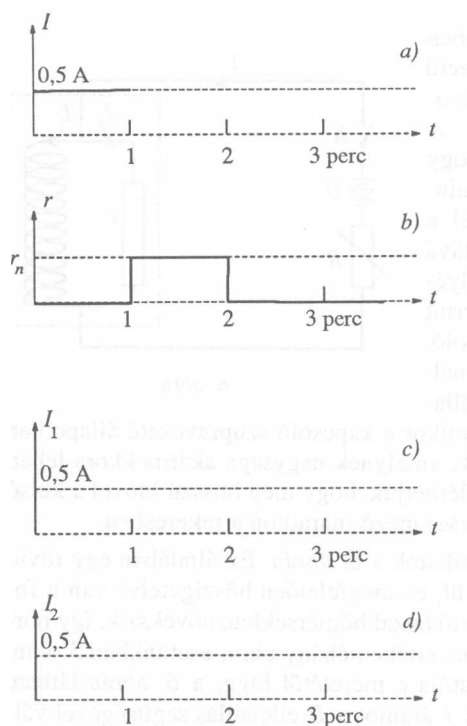


7. ábra

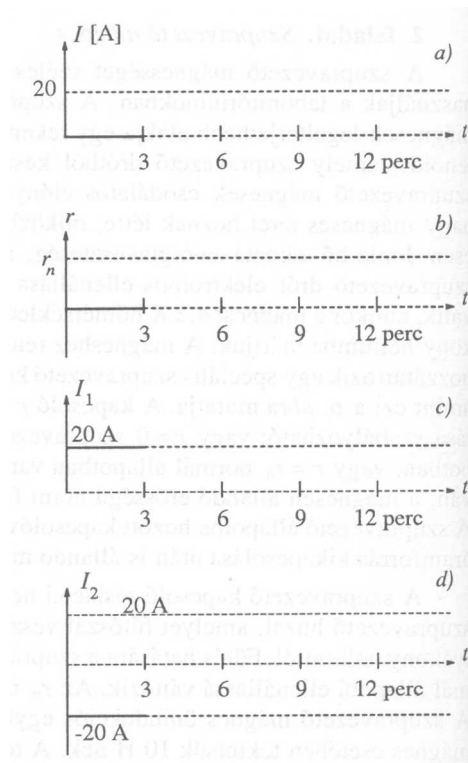
A nyilak az  $I$ ,  $I_1$  és  $I_2$  pozitív irányait jelölik.

1. Ha a teljes  $I$  áramot és az  $r$  ellenállású szupravezető kapcsoló áramát a 7(a) és 7(b) ábrán látható módon változtatjuk, és feltehetjük, hogy a mágnesen és a kapcsolón átfolyó  $I_1$  és  $I_2$  áramok kezdetben egyenlők voltak, határozd meg, hogyan változnak ezek időben  $t_1$ -től  $t_4$ -ig. A válaszodat hasonló ábrákon tüntetsd fel. (Ezen feladat értékelésénél csak az általad megadott grafikonokat veszik figyelembe!)

2. Tegyük fel, hogy a  $K$  tápfeszültségkapcsolót a  $t = 0$  pillanatban bekapcsoljuk, amikor  $r = 0$ ,  $I_1 = 0$  és  $R = 7,5 \Omega$ , továbbá a teljes  $I$  áram 0,5 A. A  $K$  kapcsoló zárvatartása mellett a szupravezető kapcsoló  $r$  ellenállása a 8(b) ábra szerint változik. Add meg a 8(a), 8(c), 8(d) ábrákon a megfelelő  $I$ ,  $I_1$  és  $I_2$  áramok időbeli változását!



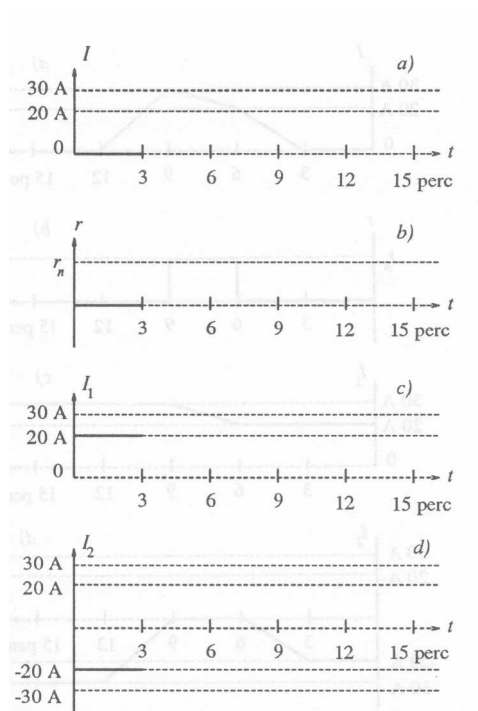
8. ábra



9. ábra

3. Normál állapotban a szupravezető kapcsolón csak kis áramok folyhatnak át, nevezetesen csak 0,5 A-nél kisebb, mert máskülönben a nagy áramok kiégetik a kapcsolót. Tegyük fel, hogy a szupravezető mágnes állandósult (bekapcsolt) állapotban van, azaz  $I = 0$  és  $I_1 = i_1$  (pl. 20 A), továbbá  $t = 0$ -tól  $t = 3$  percig  $I_2 = -i_1$ , amint ezt a 9. ábra mutatja. Ha a kísérletet a mágnesen átfolyó áram zérusra csökkentésével be kell fejezni, hogyan oldanád meg ezt a feladatot? Ezt néhány lépésben teheted meg. (Az eljárás többféle módon is elképzelhető.) Adj meg egy lehetséges megoldást oly módon, hogy a 9. ábrán bejelölöd az  $I$ ,  $r$ ,  $I_1$  és  $I_2$  mennyiségek időbeli változását.

4. Tegyük fel, hogy a mágnes állandó, 20 A-es áramerősséggel működik  $t = 0$ -tól  $t = 3$  percig, amint ezt a 10. ábra mutatja. Hogyan tudnád az említett feltétel betartásával megváltoztatni a szupravezető tekercs áramát 30 A-re? Válaszodat a 10. ábrán grafikusán add meg!



10. ábra

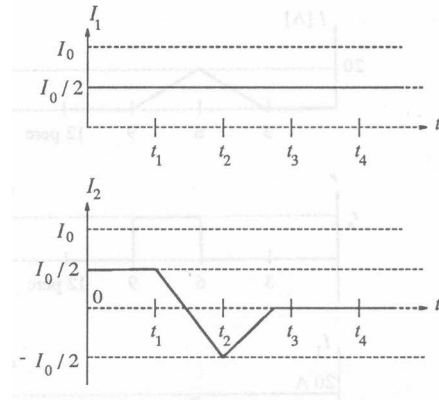
**Megoldás.** 1. Mivel  $t = 0$ -tól  $t = t_3$ -ig  $r = 0$ , a szupravezető kapcsolón eső feszültség (ami megegyezik a szupravezető tekercsre jutó  $LdI_1/dt$  feszültséggel) nulla kell legyen. Emiatt a mágnesen nem tud megváltozni az áramerősség, tehát

$$I_1(t) = I_1(t_0) = \frac{1}{2}I_0,$$

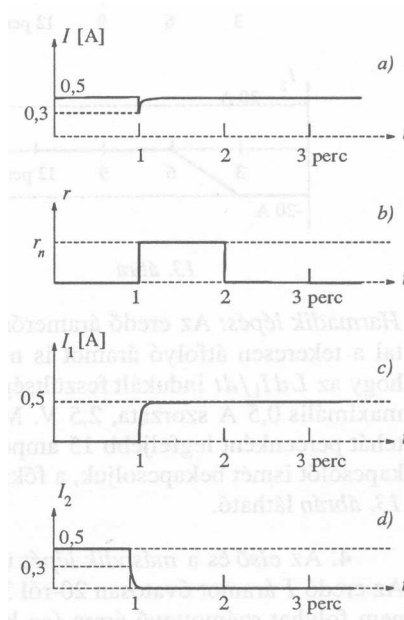
illetve

$$I_2(t) = I(t) - I_1(t) = I(t) - \frac{1}{2}I_0.$$

Mivel  $t = t_3$ -kor  $I_2 = 0$ , a kapcsoló normál állapotba kerülése után sem esik feszültség rajta, tehát a tekercs árama a továbbiakban sem változik (11. ábra).



11. ábra



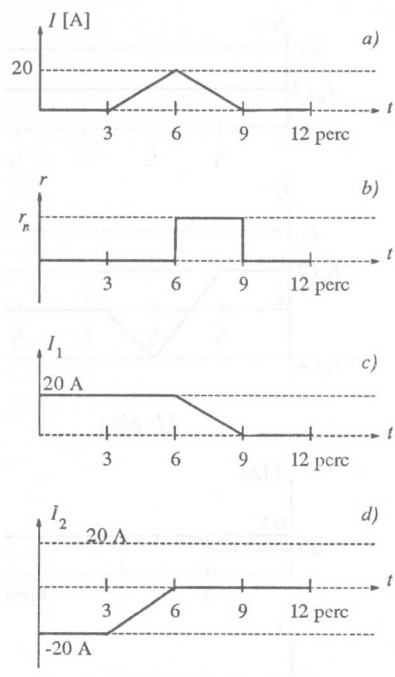
12. ábra

2. Az első 1 percben  $I_1$  nem tud megváltozni (hiszen  $r = 0$ ), s mivel a teljes  $I$  sem változik,  $I_2$  is konstans marad.  $t = 1$  percnél  $r$  hirtelen felugrik 0-ról  $r_n$ -re,  $I$  lecsökken  $U/R$ -ről  $U/(R+r_n)$ -re, a megadott számadatokkal 0,3 A-re.  $t = 1$  és 2 perc között  $I$ ,  $I_1$  és  $I_2$  fokozatosan tart az egyensúlyi állapotnak megfelelő értékekhez (ezek:  $I = U/R = 0,5$  A,  $I_1 = I = 0,5$  A és  $I_2 = 0$ ). Az időállandó

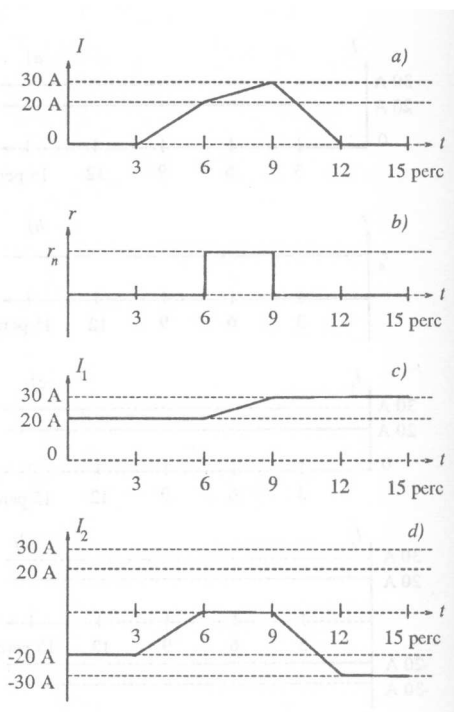
$$\tau = \frac{L(R+r_n)}{Rr_n} = 3 \text{ s,}$$

ami elég rövid ahhoz, hogy  $t = 2$  perckor (60 s múlva) az áramerősségeket már az egyensúlyi értékekkel azonosnak tekinthessük. Ezután a szupravezető kapcsoló ismét  $r = 0$  ellenállású lesz, de ez nem változtat a konstans áramértékeken, hiszen rajta úgysem esett feszültség (12. ábra).

3. *Első lépés:* A  $K$  főkapcsoló zárt állása mellett fokozatosan megnöveljük az áramkör teljes  $I$  áramát 20 A-re. Mivel a szupravezető kapcsoló  $r = 0$  állapotban van, a tekercs árama nem változhat meg, tehát  $I_2$  20 amperrel megnő, bagyis -20 A-ról nullává válik. *Második lépés:* A szupravezető kapcsolót kikapcsoljuk ( $r = r_n$  normál állapotba hozzuk). *Harmadik lépés:* Az eredő áramerősséget fokozatosan nullára csökkentjük, ezzel egyúttal a tekercsen átfolyó áramot is nullává tesszük. A csökkentés ütemét az korlátozza, hogy  $LdI_1/dt$  indukált feszültség nem lehet nagyobb, mint  $r_n = 5 \Omega$  és a megengedett maximális 0,5 A szorzata, 2,5 V. Mivel  $L = 10$  H,  $dI_1/dt < 0,25$  A/s. A tekercs árama tehát percenként legfeljebb 15 ampert változhat. *Negyedik lépés:* Az  $r$  szupravezető kapcsolót ismét bekapcsoljuk, a főkapcsolót pedig kikapcsoljuk. Az egész folyamat a 13. ábrán látható.



13. ábra

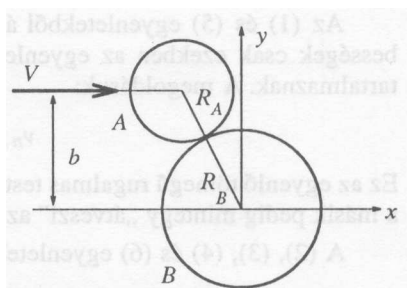


14. ábra

4. Az *első* és a *második lépés* ugyanaz, mint az előző kérdésnél. *Harmadik lépés:* Az eredő  $I$  áramot óvatosan 20-ról 30 amperesre növeljük. A normál állapotú kapcsolón nem folyhat számottevő áram (ez korlátot szab az áramváltoztatás ütemére), az összes áram gyakorlatilag a tekercsen folyik keresztül. *Negyedik lépés:* A szupravezető kapcsolót  $r = 0$  állapotba hozzuk (vagyis a tekercs áramát „befagyasztjuk”). *Ötödik lépés:*  $I$ -t nullára csökkentjük (ezt most gyorsan is megtehetjük, mert a kapcsoló szupravezető állapotban van). Mivel  $I_1$  nem változhat, az  $r$ -en átfolyó áram fog 30 A-t csökkenni. *Utolsó lépés:* Kikapcsoljuk a  $K$  főkapcsolót. A kívánt változást megvalósító folyamat a 14. ábrán látható.

**3. feladat.** Korongok ütközése felületi súrlódással

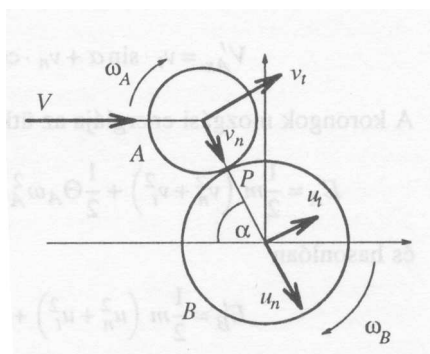
Egy  $A$  jelű,  $m$  tömegű,  $R_A$  sugarú, tömör, homogén korong  $V$  sebességű transláció (azaz forgás nélküli) súrlódásmentes mozgást végez a sima vízszintes  $x-y$  síkban,  $x$  irányban,  $b$  távolságban az  $x$  tengelytől. Összeütközik egy  $B$  jelű, kezdetben nyugvó, ugyancsak  $m$  tömegű, azonos vastagságú, de  $R_B$  sugarú, tömör, homogén koronggal, amely kezdetben a koordináta-rendszer origójában áll (15. ábra). Feltehetjük, hogy az érintkező felületek ütközés alatti súrlódása következtében az érintkezési pontban a korongok sebességének érintő irányú összetevője az ütközés után egyenlő lesz. Azt is feltehetjük, hogy a korongok középpontját összekötő egyenes mentén a korongok relatív sebességének nagysága az ütközés előtt és az ütközés után megegyezik.



15. ábra

1. Határozd meg az ilyen ütközés esetén a két korong ütközés utáni sebességeinek  $x$  és  $y$  komponenseit, azaz  $V'_{Ax}; V'_{Ay}; V'_{Bx}; V'_{By}$  értékét  $m, R_A, R_B, V$  és  $b$  ismeretében!

2. Határozd meg az  $A$  korong ütközés utáni  $E'_A$  és a  $B$  korong ütközés utáni  $E'_B$  mozgási energiáját  $m, R_A, R_B, V$  és  $b$  ismeretében!



16. ábra

**Megoldás.** Az ütközés során (amely nyilván csak akkor következik be, ha  $b < R_A + R_B$ ), megmarad a rendszer  $x$ , illetve  $y$  irányú impulzusa (lendülete), vagy ami ezzel egyenértékű: a  $P$  ütközési pontban húzott érintő irányú (tangenciális), valamint az arra merőleges sugár irányú (normális) impulzuskomponensekre is felírhatunk megmaradási törvényt. A 16. ábra jelöléseivel

$$(1) \quad mV \cos \alpha = m(u_n + v_n)$$

$$(2) \quad mV \sin \alpha = m(u_t + v_t)$$

Igaz továbbá, hogy a  $P$  pontra vonatkoztatva *külön – külön* megmarad a két korong perdülete, hiszen az ütközés során fellépő erőknek nincs forgatónyomatéka erre a pontra. Vegyük figyelembe, hogy a perdület a tömegközéppont haladó mozgásából származó impulzusnyomatékból és a tömegközéppont körüli forgás  $\Theta\omega$  sajátperdületéből tehető össze:

$$(3) \quad mR_A \cdot V \sin \alpha = mR_A v_t + \Theta_A \omega_A,$$

$$(4) \quad 0 = mR_B u_t - \Theta_B \omega_B,$$



ahol  $\Theta_A = mR_A^2/2$ , illetve  $\Theta_B = mR_B^2/2$ . Ezek a megmaradási tételek 4 egyenletet adtak, de az ismeretlenek száma 6 (2 + 2 sebességkomponens és 2 szögsebesség). (A mechanikai energia megmaradása most nem teljesül, hiszen az ütközés rugalmatlan.) A hiányzó két egyenletet a relatív sebességekre megadott megszorítások szolgáltatják. (Ezek lényegében azt fejezik ki, hogy az ütközés sugár irányban tökéletesen rugalmas, érintő irányban pedig tökéletesen rugalmatlan. Kérdéses, hogy léteznek-e olyan kiterjedt testek, melyek ütközése — legalább jó közelítéssel — így írható le.)

$$(5) \quad V \cos \alpha = u_n - v_n,$$

$$(6) \quad v_t - R_A \omega_A = u_t + R_B \omega_B.$$

Az (1) és (5) egyenletekből álló rendszer önmagában zárt, a normális irányú sebességek csak ezekben az egyenletekben fordulnak elő, más ismeretlent viszont nem tartalmaznak. A megoldásuk:

$$v_n = 0, \quad u_n = V \cos \alpha.$$

Ez az egyenlő tömegű rugalmas testek ütközésének jól ismert esete: az egyik test megáll, a másik pedig mintegy „átveszi” az eredetileg mozgó test sebességét.

A (2), (3), (4) és (6) egyenletekből álló rendszer megoldása:

$$v_t = \frac{5}{6} V \sin \alpha$$

$$u_t = \frac{1}{6} V \sin \alpha$$

$$R_A \omega_A = R_B \omega_B = \frac{1}{3} V \sin \alpha.$$

Ezek ismeretében valamennyi keresett sebességkomponens könnyen számítható:

$$V'_{Ax} = v_t \cdot \sin \alpha + v_n \cdot \cos \alpha = \frac{5}{6} V \sin^2 \alpha = \frac{5Vb^2}{6(R_A + R_B)^2} \text{ stb.}$$

A korongok mozgási energiája az ütközés után:

$$E'_A = \frac{1}{2} m (v_n^2 + v_t^2) + \frac{1}{2} \Theta_A \omega_A^2 = \frac{1}{2} m V^2 \cdot \frac{27}{36} \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} m V^2 \cdot \frac{3b^2}{4(R_A + R_B)^2},$$

és hasonlóan

$$\begin{aligned} E'_B &= \frac{1}{2} m (u_n^2 + u_t^2) + \frac{1}{2} \Theta_B \omega_B^2 = \frac{1}{2} m V^2 \cdot \left(1 - \frac{11}{12} \sin^2 \alpha\right) \\ &= \frac{1}{2} m V^2 \cdot \left(1 - \frac{11b^2}{12(R_A + R_B)^2}\right). \end{aligned}$$

### Kísérleti verseny<sup>2</sup>

**1. feladat.** *Egy átlátszó dielektrikum felület fényvisszaverő-képességének meghatározása.*

*Kísérleti berendezés:*

1. He–Ne lézer (kb.  $\sim 1,5$  mW). A lézerből kijövő fény önmagában nem polarizált.
2. Két polárszűrő, amelyek fokbeosztású skálával vannak ellátva, az egyik (az  $A$  jelű polarizátor) a lézer előtt helyezkedik el, míg a másikat szükség esetén rajzszögek segítségével a rajztábla megfelelő helyére rögzítheted.
3. Két fényintenzitás-mérő detektor, amelyek fotocellából és mikroampermérőből állnak.
4. Fénynyaláb-osztó kör alakú üveglemez.
5. Átlátszó dielektrikum lemez (a továbbiakban *mint*a). Ennek a mintának a fényvisszaverő-képességét és törésmutatóját kell meghatározni.
6. Mintatartó állvány félkör alakú szögmérőre erősítve, mozgatható karral.
7. Rajzszögek.
8. Rész és ernyő a lézernyaláb vízszintes belállítására és az optikai elemek besabályozására.
9. Gyurma, amely az optikai elemek finom rögzítésére szolgál.
10. Fa rajztábla.
11. Milliméterpapírok.

*Kísérleti feladatok:*

<sup>2</sup> A rendelkezésre álló idő:  $2 \times 2,5$  óra.

1. Határozd meg a minta  $R$  reflexióképességét (fényvisszaverő-képességét) a fénysugár beesési szögének függvényében a  $p$ -komponensre vonatkoztatva. (A  $p$ -komponens a lézervény azon összetevője, amelyben az elektromos tér párhuzamos a beesési síkkal.)

a) Határozd meg ( $p$ -komponens mérés segítségével), hogy az ( $A$ ) polarizátor átírási iránya hány fokos szöget zár be a polarizátoron lévő jelzéshez képest! (Az átírási irány az átmenő fény elektromos térerősség vektorának rezgési irányát jelenti.)

b) Válaszd az egyik fényintenzitás-mérő detektort, és igazold alkalmas méréssel, hogy a fény intenzitása egyenesen arányos a mikroampermérő jelével. Rajzold le vázlatosan a mérésekhez használt optikai elrendezést! A mérési adataidat, továbbá az azokból számított értékeket (a számítási formulával együtt) foglald táblázatba! Ábrázold a lineáris kapcsolatot grafikusan!

c) Határozd meg a minta fényvisszaverő-képességét a beesési szög függvényében a  $p$ -komponensre vonatkoztatva! Rajzold le vázlatosan az optikai elrendezést! Mérési adataidat, továbbá a számított fényvisszaverési képességet (a számítási formulával együtt) foglald táblázatba! Ábrázold a fényvisszaverő-képességet a beesési szög függvényében!

2. Határozd meg a minta törésmutatóját a lehető legpontosabban!

Útmutatás:

1. Ne nézz közvetlenül a lézervénybe!

2. A lézervény kimenő fényteljesítménye időben változhat! A kilépő fény intenzitásának változását állandóan követned kell a mérés alatt, és a kísérleti eredményeidet ennek figyelembevételével **korigálnod** (helyesbítened) kell!

3. A lézervény állandóan működni kell! Még a kísérlet befejezése után, a terem elhagyásakor sem szabad kikapcsolnod a lézert!

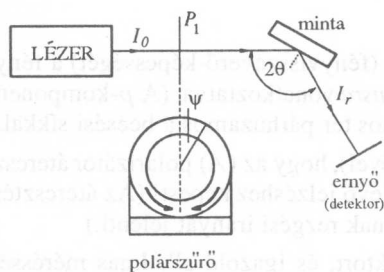
4. A visszavert fény egy bizonyos  $\Theta_B$  beesési szögnél teljesen lineárisan polárossá válik. Erre a szögére a  $\text{tg } \Theta_B = n$  összefüggés érvényes, ahol  $n$  a törésmutató.

**Megoldás.** 1. a) az útmutatás szerint egy bizonyos szögnél, az ún.  $\Theta_B$  Brewster-szögnél a visszavert fény teljesen polárossá válik. Visszaverő felületként az ismeretlen törésmutatójú mintát választva, annak elforgatásával, illetve a mintára eső lézervény útjába tett polárszűrő egyidejű forgatásával elérhetjük, hogy a visszavert fény intenzitása nulla legyen (a fénymérő detektor nem jelez). Ennél az elrendezésnél (17. ábra) a polárszűrő csak a  $p$ -komponenst engedi át. Az adott esetben az  $\Theta_B = 56,3^\circ$ -os szögnél és a polarizátor  $\psi = 140,5^\circ$ -os állásánál következett be.

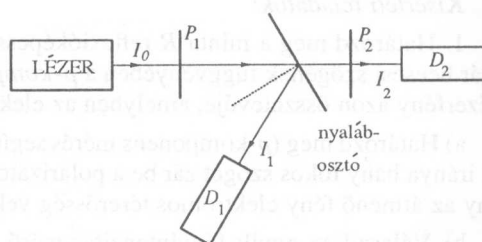
b) A nyálabosztó segítségével a 18. ábrán látható módon a lézervényt két részre oszthatjuk. Ha a  $P_1$  polárszűrő rögzített állása mellett a  $P_2$  polárszűrőt  $\varphi$  szöggel elforgatjuk, a  $D_2$  detektorba jutó fény intenzitása az

$$I(\varphi) = I_0 \cos^2 \varphi$$

függvény szerint változik (ez az  $I_{\text{fény}} \sim \mathbf{E}^2$ , és  $|\mathbf{E}_{\text{szűrő}}| = |\mathbf{E}| \cdot \cos \varphi$  összefüggések következménye). Amennyiben a fénymérő detektor  $I$  árama arányos a detektorra eső fényintenzitással, így az  $I_{\text{áram}} \sim I_{\text{fény}} \sim \cos^2 \varphi$  lineáris kapcsolatnak kell teljesülnie, feltéve, hogy a mérés közben a lézer teljesítmény nem változott. Ha ez utóbbi bekövetkezne, a  $D_1$  detektor árama is megváltozik, s a változás mértékéből korigálni lehet az adatokat. A mérések szerint jó közelítéssel lineáris a kapcsolat a fénymérő árama és a ráeső fény intenzitása között.



17. ábra

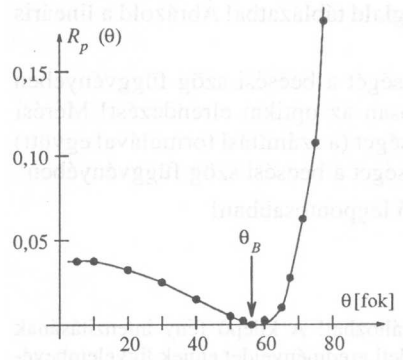


18. ábra

c) Az előző alkérdésben igaznak bizonyult linearitás ismeretében különböző beesési szögeknél ( $5^\circ$ -tól  $85^\circ$ -ig) mérni lehet a visszavert fény relatív intenzitását (a lézer ingadozásait figyelembe véve és korrekciós faktoralral helyesbítve).

2. A legkisebb visszaverőképesség (gyakorlatilag nulla) az említett Brewster-szögnél tapasztalható, ennek mért értéke  $\Theta_B = 56,3^\circ \pm 0,5^\circ$ . Mivel az anyag  $n$  törésmutatója éppen  $\text{tg } \Theta_B$ -vel egyenlő, innen  $n = 1,50 \pm 0,02$  adódik.

A mérési adatokat a 19. ábra mutatja.



19. ábra. A  $p$ -komponensre vonatkoztatott reflexió-képesség a beesési szög függvényében

Aki ismeri azt az összefüggést, hogy merőleges beesésnél (bármilyen polarizációjú fényre) a fényvisszaverőképesség:

$$R(\Theta = 0) = \frac{n - 1}{n + 1},$$

ebből — a mérési adatokat a technikai okokból megvalósíthatatlan  $0^\circ$ -os esetre extrapolálva — az  $R(0) \approx 0,028$  adatból a törésmutatóra az  $n = 1,48 \pm 0,04$  értéket kapta.

## 2. feladat. Fekete doboz

Adott egy „fekete doboz”, amelyen két egyforma kivezetés van. A fekete dobozban legfeljebb 3 passzív elem található. Határozd meg a kivezetések közötti áramkörben lévő elemek adatait! *A dobozt nem szabad kinyitni!*

*Kísérleti berendezés:*

1. Kétsugaras oszcilloszkóp, továbbá egy mellékelt magyarázat a készüléken lévő gombokról.
2. Hangfrekvenciás jelgenerátor, továbbá egy mellékelt magyarázat a készüléken lévő gombokról.
3. 100 ohm ( $\leq \pm 0,5\%$ ) értékre beállított ellenállásdoboz.
4. Csatlakozó-vezetékek.
5. A koaxiális kábelek. A fekete színjelzésű vezetékek a koax-csatlakozónál földeltek.
6. Különböző (lineáris-, log-, és log-log) milliméter-papírok.

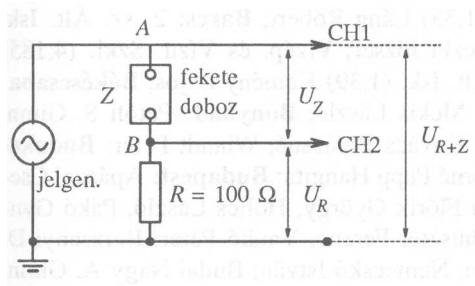
*Megjegyzés:* Azok a gombok, amelyek nincsenek feltüntetve a műszermagyarázatokon, a helyes állásba vannak beállítva. Ezekhez ne nyúlj!

*Kísérleti feladatok:*

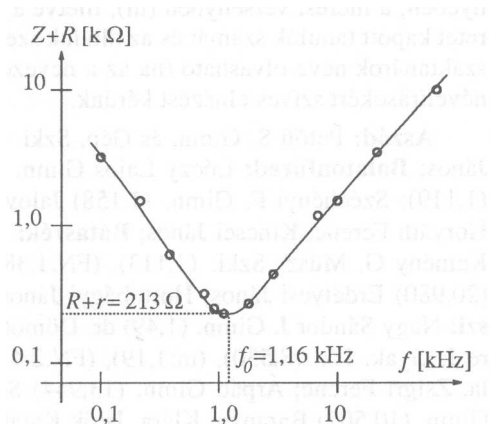
1. Rajzold le az általad összeállított áramkört!
2. Add meg az általad mért és számított adatokat táblázatos alakban! A kapott eredményeket ábrázold megfelelően választott milliméter-papíron. (Jelöld be, hogy mit ábrázolsz a grafikonon és a tengelyeken is jelöld a mennyiségeket mértékegységükkel együtt!)
3. Rajzold le a fekete dobozban lévő áramkört, és add meg az áramköri elemek nevét és adatait! (Írd le, hogy milyen formulák alapján számoltál!)

**Megoldás.** 1. A 20. ábrán látható kapcsolásban az  $R$  ellenálláson eső  $U_R$  feszültség mérésével meghatározhatjuk a fekete dobozon áthaladó áramot, az ellenállásból és a fekete dobozban együttesen eső  $U_{Z+R}$  méréséből pedig következtethetünk a dobozban eső feszültségre. Mindkét mennyiséget a kétsugaras oszcilloszkópon egyszerre mérhetjük, a jelgenerátoron a beállított  $f$  frekvencia függvényében. ( $U_R$  és  $U_Z$  mérése nem célszerű, mert akkor a  $B$  pont lenne az oszcilloszkóp viszonyítási pontja, nem pedig a közös „földelés”, s emiatt a hálózati 50 Hz zavaró hatása lényegesen erősebb lenne; gyakorlatilag mindig „brummot” látnánk az oszcilloszkópon a mérendő jel helyett!)

2. A mérési adatokat, pontosabban a  $Z + R$  impedanciának a frekvenciafüggését a 21. ábrán tüntettük fel, log-log skálát használva. Látható, hogy nagy frekvencián pedig  $Z \sim 1/f$  (a meredekség  $-1$ ).



20. ábra



21. ábra

3. A mérési adatok arra utalnak, hogy a fekete dobozban sorosan kapcsolt tekercs, kondenzátor és ellenállás található. A rezonancia-frekvenciánál,  $f_0 = 1,16$  kHz-nél az eredő impedancia  $213 \Omega$ , innen  $r = 113 \Omega$ . Nagy frekvencián  $Z_C \approx 0$ ,  $Z \approx L\omega = L \cdot 2\pi f$ , alacsony frekvencián pedig  $Z \approx 1/(2\pi fC)$ . A kétsugaras oszcilloszkóp segítségével a két feszültség fáziskülönbsége is mérhető, s ennek ismeretében az  $R$  ellenállás ismert értéke is figyelembe vehető. A mérési adatokból  $C \approx 0,58 \mu\text{F}$  és  $L \approx 31,8$  mH adódott. Valamennyi mért mennyiség hibája 10% körüli érték.

Gnädig Péter