A harmadik „Intellektuális Maraton” elnevezésű komplex (matematika, fizika, angol) versenyt 1993. november 2. és 8. között rendezték meg Szentpétervárott.

Hazánkat ezúttal is az ELTE gyakorlóiskoláiból válogatott csapat: *Vargha Márton* (Trefort Ágoston Gimnázium), *Németh Ádám* (Apáczai Csere János Gimnázium), *Kenesei Péter* (Radnóti Miklós Gimnázium) képviselte. A versenyen diákjaink matematikából és fizikából írásbeli egyéni- és szóbeli csapatversenyben, angolból csak egyéni szóbeli megmérettetésben vettek részt. Az alábbiakban közöljük a verseny feladatait:

Matematika

1. Keressük meg az összes olyan négyjegyű négyzetszámot, amelyeknek első 2 számjegye egyenlő szám, és utolsó két számjegye is egyenlő.

2. El lehet-e helyezni az 1, 2, ..., 81 számokat egy 9×9-es négyzetrácsban úgy, hogy minden egyes vízszintes sorban a számok összege egyenlő legyen?

3. Az egységnyi oldalú $ABCD$ négyzet BC és CD oldalain az M és N pont úgy helyezkedik el, hogy a CMN háromszög kerülete 2 egységnyi. Határozzuk meg az MAN szöget.

4. Oldjuk meg a következő egyenletet:

$$\sqrt{x_1 - 1^2} + 2\sqrt{x_2 - 2^2} + \cdots + n\sqrt{x_n - n^2} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{2}.$$

5. Az ABD háromszögben az ABD szög $120°$. Az AD oldalon lévő C pont olyan tulajdonságú, hogy az $AB = CD = 1$, és az ABC szög $90°$. Határozzuk meg az AC oldal hosszát.

6. A Központi Bank 15, 20 és 48 rubeles címletű bankjegyeket bocsátott ki és kivonta a forgalomból az összes egyéb címletű pénzt.

a) Bizonyítsuk be, hogy bármely összeget, amely egész szám, ki lehet fizetni ezekkel a bankjegyekkel, feltételezve, hogy kaphatunk visszajáró pénzt is, természetesen ugyanezekben a címletekben.

b) Bizonyítsuk be, hogy egy bizonyos N-től kezdve, bármely összeget visszajáró pénz nélkül is ki tudunk fizetni. Határozzuk meg a lehetséges legkisebb ilyen N-t.

7. Bizonyítsuk be, hogy az $1\,280\,000\,401$ összetett szám.

8. Legyenek az $a_1, a_2, \ldots, a_n$ számok egymástól különböző természetes számok. Bizonyítsuk be a következő egyenlőtlenséget:

$$\frac{a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2}{a_1 + a_2 + \cdots + a_n} \geq \frac{1 +^2 + 2^2 + \cdots + n^2}{1 + 2 + \cdots + n}$$

Fizika

1. Legfeljebb mekkora az a szög, amely alatt egy testet elhajlítva mozgása során mindig távolodik az eldobás helyétől. (Homogén gravitációs térben, a légellenállástól eltekintünk.)

2. Egy m tömegű test l hosszúságú fonálon függőleges, sima falon lóg. A felfüggesztési pont alatt, attól x távolságra szöget verünk a falba. Az ingát az egyensúlyi helyzetéből $\pi/2$ szöggel kitérítve elengedjük.

a) Mekkora x esetén mozog a test a szögben megakadt fonálon körpályán?

b) Mekkora x esetén halad el legalább egyszer a test a szög fölött?

3. Egy rakéta a második kozmikus sebességnél kisebb v sebességgel indul egy bolygóról. Lehetőség van arra, hogy egy segédhajtóművet rövid időre bekapcsoljunk; így esetleg a bolygó vonzását leküzdhetjük. (A bolygónak nincs légköre.) Mikor tegyük ezt meg:

a) azonnal a főhajtómű kikapcsolása után

b) amikor a rakéta sebessége nullává válik,

c) mindegy, mert azok az erők, amelyek a rakéta és a kilövellt gáz között működnek, a rakéta – gáz rendszert tekintve belső erők.

Indokoljuk a választ!

4. A felsorolt eszközök közül mi teszi lehetővé a szobában lévő molekulák kinetikus energiájának meghatározását?

a) pszichrométer (nedvességmérő)

b) hőmérő,

c) barométer.

A szoba térfogatát tekintsük ismertnek. (Mi is a szobában vagyunk.)

5. Ismeretes, hogy a háromdimenziós világunkban az elektromos töltések a vezetők felületén helyezkednek el. Igaz-e az állítás egy sík, kétdimenziós világban? Más szóval: a vezető határvonal mentén fognak-e elhelyezkedni a Coulomb-erővel kölcsönható részecskék?

6. Egy C kapacitású kondenzátornak Q töltést adunk, majd a K_1 és K_2 kapcsolókon keresztül, két egyforma L induktivitású tekercshez kötjük. Először a K_1 kapcsolót zárjuk, majd amikor az első tekercsben az áramerősség értéke I_0, akkor a K_2-t is zárjuk.

Határozzuk meg:

a) a tekercseken külön-külön az átfolyó áram maximális értékét,

b) a kondenzátor maximális töltését.

Az egyéni- és csapateredményeket is tartalmazó *összesített* értékelésben 38 csapat mezőnyében tanulóink a 13. helyen végeztek. Az első helyet a moszkvai 57. számú Gimnázium szerezte meg. Angolból a magyar csapat a második lett.

A jövőben egy, az ország különböző helyeiről, hazai versenyek nyerteseiből válogatott csapatot is szeretnénk nevezni, amelynek eddig — a részvételi díj és az utazási költségek finanszírozása miatt — csupán anyagi akadálya volt.

Rajkovits Zsuzsa
ELTE Általános Fizika Tanszék