

Legyen A tetszőleges természetes szám, N rögzített. A felírható

$$A = k \cdot N + a$$

alakban, ahol $1 \leq a \leq N$. Ekkor

$$A^r - A^s = [(k \cdot N + a)^r - a^r] + [a^r - a^s] + [a^s - (kN + a)^s].$$

Az első és a harmadik tag azonos kitevőjű hatványok különbsége, ezért osztható az alapok különbségével, így N -nel is. Elegendő tehát azt belátnunk, hogy van olyan r és s , amelyre bármely $1 \leq a \leq N$ esetén $(a^r - a^s)$ osztható N -nel.

Tekintsük az a szám $a^{p_1}, a^{p_2}, \dots, a^{p_n}, \dots$ végtelen sok egész kitevőjű hatványát, és vegyük ezen hatványok N -nel való osztásánál fellépő maradékokat. E maradékok csak N -félék lehetnek, tehát végtelen sok olyan p_i kitevő van, amelyre a^{p_i} azonos maradékot ad.

Tekintsük az $a = 1$ szám összes pozitív egész kitevőjű hatványát. Az iménti gondolatmenet alkalmazásával végtelen sok azonos maradékhoz tartozó kitevőt kapunk. Ezekkel megismételjük az eljárást $a = 2$ -re, majd a megmaradó végtelen sok kitevővel $a = 3$ -ra, stb. Az N -edik lépés ($a = N$) után még mindig végtelen sok kitevőnk van, közülük két tetszőleges (különböző) legyen r és s . Ezekre $a^r - a^s$ valóban osztható N -nel, amivel a megoldást befejeztük.

Madarász Gyula (Veszprém, Lovassy L. Gimn., IV. o. t.)