

1. Az ABC háromszögben $AB = 10$, $BC = 9$ egység, a CAB szög $= 60^\circ$. Számítsa ki az AC oldal hosszát!
2. Az $x^2 + 3px + q = 0$ és az $x^2 + px - q = 0$ egyenleteknek – ahol p és q valós paraméterek – van közös valós gyöke. Igazolja, hogy a két másik gyök összege vagy nulla, vagy egyikük a másik háromszorosa!
3. Oldja meg a valós számok halmazán a

$$\cos 2x + \sqrt{\frac{1 - \sin 2x}{2}} = 0$$

egyenletet!

4. Az ABC egyenlő szárú háromszög alapja $BC = 27$ egység, a beírt kör sugara $\rho = 9$ egység. Számítsa ki annak a körnek a sugarát, amely érinti a beírt kört és a szárakat!

5. Tekintsük az $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 16$ és az $(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 1$ egyenletű köröket.

a) Számítsa ki a körök külső érintői metszéspontjának koordinátáit!

b) Írja fel a közös érintők egyenletét!

6. Melyek azok a számtani sorozatok, amelyekben az első $6n$ elem összegének és az első $2n$ elem összegének a hányadosa minden n -re ($n \in \mathbf{N}^+$) állandó?

7. Oldja meg a valós számok halmazán az

$$\log_{\frac{1}{3}}(9^x + a) + \log_3(2 \cdot 3^x) = 0$$

egyenletet, ahol a valós paraméter!

8. Oldja meg az *egész* számok halmazán a

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\left(x - \sqrt{x^2 - 3x - 12}\right)\right) = 0$$

egyenletet!

Rábai Imre