A 35. Nemzetközi Matematikai Diákolimpia 1994. július 8-20. között Hongkongban került megrendezésre. A versenyen 69 ország csapata vett részt, általában 6 fős csapatokkal. Az alábbi felsorolásban csak ott tüntettük fel a csapatlétszámot (az ország neve után zárójelben), ahol az 6-tól különböző:

Amerikai Egyesült Államok, Argentína, Ausztrália, Ausztria, Belgium, Belorusszia, Bosznia (5), Brazília (5), Bulgária, Chile (2), Ciprus, Csehország, Dánia (4), Dél-Afrika, Észtország (5), Finnország, Franciaország, Fülöp-szigetek, Görögország, Grúzia, Hollandia, Hongkong, Horvátország, India, Indonézia, Irán, Írország, Izland (4), Izrael, Japán, Kanada, Kína, Kirgizisztán, Kolumbia, Dél-Korea, Kuba (1), Kuwait, Lengyelország, Lettország, Litvánia, Luxemburg (1), Macedónia (4), Magyarország, Makaó, Marokkó, Mexikó, Moldávia, Mongólia, Nagy-Britannia, Németország, Norvégia, Olaszország, Oroszország, Örményország (5), Portugália, Románia, Spanyolország, Svájc (3), Svédország, Szingapúr, Szlovákia, Szlovénia (5), Tajvan, Thaiföld, Törökország, Trinidad és Tobago, Ukrajna, Új-Zéland, Vietnam.

A versenyen tehát 385 versenyző indult. Az olimpián szokás szerint két egymás utáni napon 4 és fél – 4 és fél óra alatt 3 – 3 feladatot kell megoldani. (A feladatokat alább ismertetjük.) Mindegyik feladat helyes megoldásáért 7 – 7 pont jár, így egy versenyző maximum 42 pontot szerezhet. Egy 6 tagú csapat által megszerezhető maximális összpontszám tehát 252 pont.

Az idei verseny feladatai a szokásosnál könnyebbnek bizonyultak. Ennek megfelelően az egyes díjak megszerzéséhez szükséges pontszám viszonylag magas volt. Első díjat 40 – 42 ponttal, második díjat 30 – 39 ponttal, harmadik díjat 19 – 29 ponttal lehetett szerezni. A magyar csapat tagjai egy első és öt második díjat szereztek.

Első díjat nyert:

Szeidl Ádám (Miskolc, Földes Ferenc Gimn., IV. o. t.) 42 ponttal.

A második díjat nyert csapattagok valamennyien a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium tanulói, alább csak az osztályukat tüntetjük fel.

Második díjat nyert:

Csörnyei Marianna és **Futó Gábor** (IV. o.) egyaránt 39 ponttal,

Koblinger Egmont (III. o.) 36 ponttal,

Párniczky Benedek (IV. o.) 33 ponttal,

Szádeczky-Kardoss Szabolcs (III. o.) 32 ponttal.

Az országok közötti (nem hivatalos) pontversenyben a magyar csapat sok év óta legjobb eredményét érte el: ötödik lett. Az első tíz helyezett ország és pontszáma:

1. Amerikai Egyesült Államok 252, 2. Kína 229, 3. Oroszország 224, 4. Bulgária 223, 5. Magyarország 221, 6. Vietnam 207, 7. Nagy-Britannia 206, 8. Irán 203, 9. Románia 198, 10. Franciaország 191.

A verseny szervezése hagyott ugyan kívánnivalókat maga után, és a párás hőség is próbára tett versenyzőt és vezetőt egyaránt, a szervezők igyekezete és jószándéka azonban egy pillanatig sem volt kétséges.

A magyar csapat vezetője *Pelikán József* (Eötvös Loránd Tudományegyetem) volt, helyettes vezetője *Benczúr Péter*, az ELTE V. éves matematikus hallgatója, aki a versenyzők felkészítéséből is részt vállalt. A felkészítés legnagyobb részét azonban ezúttal is *Reiman István* (Budapesti Műszaki Egyetem) végezte, akinek szeretnék mindannyiunk nevében köszönetet mondani.

Az 1995. évi diákolimpia július 13-25. között a kanadai Torontoban kerül megrendezésre. A nemzetközi zsűri kijelölte több évre előre az olimpiák helyszínét. Ezek: 1996: India, 1997: Argentína, 1998: Tajvan, 1999: Románia, 2000: Dél-Korea. (Románia kijelölésekor nyomós érv volt, hogy a diákolimpiák román kezdeményezésre jöttek létre 1959-ben, és a 40 éves jubileum alkalmából ismét ők kérték a rendezés jogát.)

Első nap

1. Legyenek m és n pozitív egészek, $a_1, a_2, \dots a_m$ pedig az $\{1,2, \dots, n\}$ halmaz különböző elemei. Tegyük fel, hogy valahányszor $a_i + a_j \le n$ teljesül valamilyen i, j értékekre, ahol $1 \le i \le j \le m$, akkor létezik olyan k $(1 \le k \le m)$, hogy $a_i + a_j = a_k$. Bizonyítsuk be, hogy

$$\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_m}{m} \le \frac{n+1}{2}.$$

2. Az ABC egyenlő szárú háromszögben $AB = AC$. Tegyük fel, hogy

(i) M a BC szakasz felelzőpontaja, O pedig az AM egyenesnek azon pontja, amelyre teljesül, hogy OB merőleges AB-re.

(ii) Q a BC szakasz tetszőleges, B-től és C-től különböző pontja.

(iii) E a AB egyenes egy pontja, F pedig az AC egyenes egy pontja, amelyekre teljesül, hogy E, Q és F különbözőek és egy egyenesen vannak.

Bizonyítsuk be, hogy OQ akkor és csak akkor merőleges EF-re, ha $QE = QF$.

3. Tetszőleges pozitív egyész k esetén jelölje $f(k)$ a $\{k+1, k+2, \dots, 2k\}$ halmaz azon elemeinek számát, amelyek kettes alapú számrendszerben való felírásában pontosan 3 darab 1-es számjegy található.

(a) Bizonyítsuk be, hogy minden pozitív egész m-hez létezik legalább egy olyan pozitív egyész k, hogy $f(k) = m$.

(b) Határozzuk meg mindazokat a pozitív egész m-eket, amelyekre pontosan egy olyan k létezik, amelyre $f(k) = m$.

Második nap

4. Határozzuk meg az összes olyan, pozitív egészekből álló (m, n) rendezett párt, amelyre

$$\frac{n^3+1}{mn-1}$$

is egész szám.

5. Legyen S a (-1)-nél nagyobb valós számok halmaza. Határozzuk meg az összes olyan $f : S \to S$ függvényt, amelyre teljesül a következő két feltétel:

(i) $f(x + f(y) + xf(y)) = y + f(x) + yf(x)$ minden $x, y \in S$-re.

(ii) $\dfrac{f(x)}{x}$ szigorúan monoton növekvő a $-1 < x < 0$, ill. $x > 0$ intervallumok mindegyikén.

6. Mutassuk meg, hogy létezik olyan, pozitív egész számokból álló A halmaz, amely a következő tulajdonsággal rendelkezik:

Prímszámok tetszőleges, végtelen S halmazához létezik olyan $k \geq 2$ és két pozitív egész: $m \in A$ és $n \notin A$, hogy m és n mindegyike S k darab különböző elemének a szorzata.

Pelikán József