

1. A $2x^2 - 4x + 1 = 0$ másodfokú egyenlet gyökei egy-egy kör sugarát adják. A gyökök meghatározása nélkül adjuk meg a körök kerületeinek, valamint a területeinek az összegét!

2. A $KLMN$ téglalap oldalairól tudjuk, hogy $KL : LM = 3 : 2$, az LM oldal felezőpontja F . Egy egyenes merőleges a KF szakaszra, és felezi $KLMN$ területét. Milyen arányban osztja ez az egyenes a KL , illetve MN oldalakat?

3. Határozzuk meg azokat a valós x értékeket, amelyekre

$$\frac{\sqrt{x+2}-1}{\sqrt{x+3}-2} : \frac{\sqrt{x+4}-3}{\sqrt{x+13}-4} \geq 0.$$

4. Egy egyenes körkúpot az alaplappal párhuzamos vágásokkal egy kúpra és két csonka kúpra vágunk szét. Ezek térfogatainak aránya a kúp csúcsánál kezdve $1 : 2 : 3$. Hogyan aránylanak a keletkezett testek magasságai egymáshoz?

5. A PQR egyenlő szárú háromszög szimmetriatengelyének egyenlete: $2y - x - 6 = 0$. A $P(2; 4)$ és $Q(-2; -1)$ pontok adottak. Számítsuk ki a hiányzó csúcsból húzott magasság hosszát!

6. Egy szimmetrikus trapéz oldalai közül három azonos hosszúságú. Határozzuk meg a szögeit úgy, hogy a területe maximális legyen!

7. Oldjuk meg az egyenletrendszert az egész számok halmazán!

$$(1) \quad \begin{aligned} ab + c &= 11 \\ bc + a &= 13 \\ ca + b &= 17 \end{aligned}$$

8. Adjuk meg a $\sin^8 x + \cos^8 x$ kifejezés legkisebb értékét!

Számadó László, Budapest