

1. Oldja meg a valós számpárok halmazán a következő egyenletrendszert.

$$\begin{aligned}x^2 - 2xy + y^2 &= 9, \\4x^2 + xy + 4y^2 &= 18.\end{aligned}$$

2. Az  $ABC$  háromszögben  $AB = 21$ ,  $AC = 28$ ,  $BC = 20$  egység. Az  $A$  csúcsból induló szögfelező a  $BC$  oldalt a  $D$ , a  $C$  csúcsból induló szögfelező az  $AB$  oldalt az  $E$  pontban metszi. Az  $AED$  háromszög területe hányadrésze az  $ABC$  háromszög területének?

3. Vegyük az első  $n$  pozitív, 3-mal osztva 1 maradékot adó egész szám összegét, és osszuk el az első  $n$  pozitív, 4-gyel osztva 3 maradékot adó egész szám összegével. Mekkora  $n$ , ha a hányados  $\frac{5}{7}$ ?

4. Melyek azok az  $x$  valós számok, amelyekre a

$$\frac{2x^2 - 6x + 6}{x^2 - 4x + 5}$$

kifejezés értéke legalább 1 és legfeljebb 3?

5. Az  $r$  sugarú körbe olyan konvex nyolcszög írható, amelynek négy oldala 1, a másik négy oldala 3 egység hosszú. Számítsa ki a kör sugarát.

6. Írja fel annak a körnek az egyenletét, amely érinti a koordinátatengelyeket és a  $3x + 4y = 10$  egyenletű egyenest is.

7. Az  $m$  valós paraméter mely értékeire van valós megoldása az

$$\frac{m}{12 \sin^4 x - 12 \sin^2 x + m} = 3$$

egyenletnek? Oldja meg az egyenletet, ha  $m = \frac{9}{2}$ .

8. Igazolja, hogy az  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) pontosan másodfokú egyenletnek egyik gyöke akkor és csak akkor háromszorosa a másik gyöknek, ha az egyenlet diszkriminánsa  $D = \frac{b^2}{4}$ .

Rábai Imre