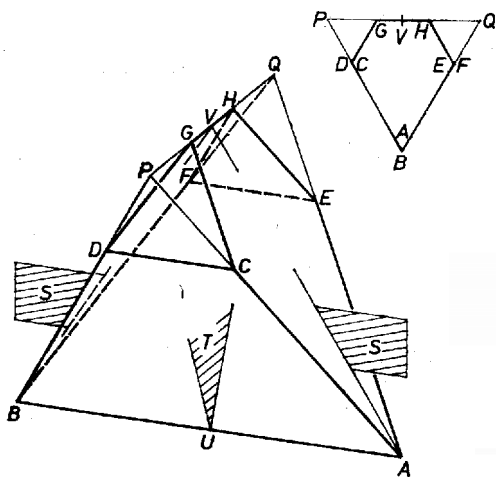


Az F. 1964. feladat megoldásának jelöléseit használjuk. Az ott elmondottak érvényesek mindaddig, amíg a nyolcadik él hossza szóba nem kerül: „... így  $CD = 1$  miatt  $GH < 1$  volna, ami nem lehet.”

Most a  $GH$  él hossza  $0,8$ , ezért  $G$  és  $H$  az  $S$  szimmetriasíkon is lehet. Várhatóan két megoldása lesz a feladatnak. Folytassuk a gondolatmenetet először F. 1964. megoldása szerint, legyen  $G$  és  $H$  a  $T$  szimmetriasíkon (1. ábra).



1. ábra

A  $CPG$  háromszög hasonló az  $APQ$  háromszöghöz,  $PG = \frac{1}{3}PQ$ , tehát  $PG = GH = HQ = 0,8$ . Az így kapott  $K_1$  test kielégíti a követelményeket. Térfogata a  $CDPG$  tetraéder térfogatának 25-szöröse:

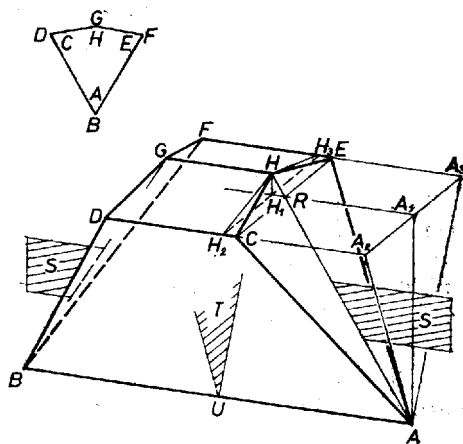
$$V_1 = 25 \cdot \frac{\sqrt{59}}{75} = 2,56 \text{ térfogategység.}$$

$K_1$  felszínét egyszerű számítással kapjuk:

$$F_1 = 18t_{CDG} + 14t_{CPG} = \frac{9}{2}\sqrt{3} + \frac{28}{25}\sqrt{21} = 12,93$$

területegység.

Próbáljuk a testet most úgy megalkotni, hogy a  $GH$  él az  $S$  szimmetriasíkon legyen (2. ábra).



2. ábra

Bocsássunk merőlegest  $A$ -ból és  $H$ -ből az  $S$  sík és a  $CDEF$  sík metszésvonalára, a metszéspontokat jelöljük  $A_1$ -gyel, ill.  $H_1$ -gyel,  $CE$  felezőpontját  $R$ -rel.  $A_1 = 1$ ,  $H_1R = 0,1$ ,  $AR = \sqrt{4 - CR^2}$ ,  $HR = \sqrt{1 - CR^2}$ . Az  $AA_1R$  és  $HH_1R$  háromszögek hasonlóságából  $\sqrt{4 - CR^2} = 10\sqrt{1 - CR^2}$ , azaz  $CR = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{33}}$ . Az így kapott  $K_2$  testnek is megvannak a kívánt tulajdonságai.

$K_2$  felszínét egyszerű számítással kapjuk:

$$F_2 = 2[t_{ABDC} + t_{CDGH} + t_{ACHE}] = 2 \left[ 2\sqrt{3} + \frac{26\sqrt{11}}{100} + \frac{4\sqrt{2}}{3} \right] = 12,49 \text{ területegység.}$$

A  $K_2$  testet a  $CDEF$  téglalap két részre osztja. Rajzoljuk meg  $A_1$ -n és  $H_1$ -n keresztül a  $CE$ -vel párhuzamos  $A_2A_3$ , ill.  $H_2H_3$  szakaszokat. A  $CDEFGH$  test térfogatát úgy kaphatjuk meg, hogy a  $HH_2H_3$  alapú,  $GH$  magasságú hasáb térfogatához hozzáadjuk az  $ECH_2H_3H$  gúla térfogatának kétszeresét, a  $CDEFAB$  test térfogatát pedig úgy, hogy az  $AA_2A_3$  alapú  $AB$  magasságú hasáb térfogatából levonjuk az  $ECA_2A_3A$  gúla térfogatának kétszeresét.  $AA_1 =$

$$10HH_1 = \sqrt{\frac{67}{33}}, \text{ így}$$

$$V_{CDEFGH} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{33}} \cdot 0,1 \cdot \frac{\sqrt{67}}{\sqrt{33}} \cdot 0,8 + 2 \cdot \frac{0,1 \cdot \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{33}} \cdot 0,1 \cdot \frac{\sqrt{67}}{\sqrt{33}}}{3} = \frac{28}{2475} \sqrt{134},$$

$$V_{CDEFAB} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{33}} \cdot \frac{\sqrt{67}}{\sqrt{33}} \cdot 3 - 2 \cdot \frac{1 \cdot \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{33}} \cdot \frac{\sqrt{67}}{\sqrt{33}}}{3} = \frac{20}{99} \sqrt{134}$$

térfogategység, tehát

$$V_2 = V_{CDEFGH} + V_{CDEFAB} = \frac{16}{75} \sqrt{134} = 2,47 \text{ térfogategység.}$$

*Gáti Tamás (Zalaegerszeg, Zrínyi M. Gimn., IV. o. t.)*