

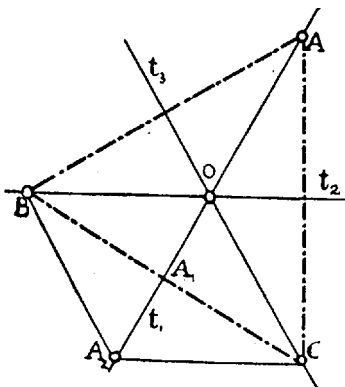
Klein Eszter a lap egyik legszorgalmasabb megoldója volt. Egyetemista korában már feladatokat javasol megoldásra. Középiskolai tanárként több cikke jelent meg. Egyik a lapban megjelent megoldása 1925-ből.



25. Adva van három, adott O ponton átmenő egyenes és egyiken A pont. Mutassuk meg, hogy létezik oly háromszög, melynek egyik csúcsa A és az adott egyenesek

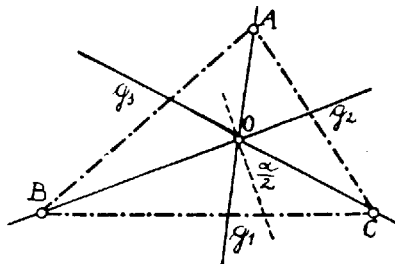
- 1° a háromszög magasságvonalai (egy eset kivételével) ;
- 2° a háromszög oldalfelezői
- 3° a háromszög belső szögfelezői (egy eset kivételével).

Megoldás. 1° Legyen a három egyenes, mely O ponton keresztül megy, m_1, m_2, m_3 . A pont fekszen m_1 -en. Ha A -ból merőlegest bocsátunk m_2 -re és m_3 -ra, akkor az előbbi metszéspontja m_3 -mal a keresett háromszög C csúcsa, az utóbbi metszéspontja m_2 -vel lesz a keresett háromszög B csúcsa. Minthogy $m_2 \perp AC$ és $m_3 \perp AB$, egyszersmind $AO \perp BC$. Nem kapunk háromszöget, ha m_2 és m_3 egymásra merőlegesek !



2° Az oldalfelezők t_1, t_2, t_3 - metszéspontja az oldalfelezőt $2 : 1$ arányban osztja; ha BC oldal felezőpontja A_1 , akkor $AO = 2OA_1$. Hosszabbítsuk meg OA_1 -t önmagával, tehát $OA_2 = AO$. Ha A_2 -t összekötjük B -vel és C -vel, OBA_2C idom parallelogramma lesz, átlói felezik egymást. Ha tehát AO egyenesen felmérjük OA_2 -t úgy, hogy $OA_2 = AO$ és A_2 -ből párhuzamosot vonunk t_2 -vel és t_3 -mal, akkor az előbbi t_3 -t C -ben, utóbbi t_2 -t B -ben metszi. ABC az a háromszög, mely a feltételeknek megfelel. Minthogy OBA_2C parallelogramma $OA_1 = A_1A_2$ és $BA_1 = A_1C$; tehát $AO = 2OA_1$ és A_1 felezi BC -t. Ebből következik, hogy O tényleg az $ABC\Delta$ oldalfelezőinek metszéspontja.

3° Vegyük fel ABC háromszögben a 3 szögfelezőt; g_1, g_2, g_3 . Közös pontjuk O . Könnyen látható, hogy $BOC \sphericalangle = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$, $AOB \sphericalangle = 90^\circ + \frac{\gamma}{2}$, $AOC \sphericalangle = 90^\circ + \frac{\beta}{2}$. Emeljünk O pontban BO -ra és CO -ra merőlegest. Előbbi OC -vel $\frac{\alpha}{2}$, utóbbi OB -vel $\frac{\alpha}{2}$ szöget zár be (előbbi g_1 -el $\frac{\gamma}{2}$, utóbbi $\frac{\beta}{2}$ szöget zár be).



Ha már most a g_1, g_2, g_3 egyenesek vannak adva és g_1 - en A csúcs, AO -tól jobbra és balra lemérjük $\frac{\alpha}{2}$ -t melyet úgy kapunk, hogy a g_2 és g_3 egyenesek által alkotott tompaszögből 90° -ot vonunk ki az előbb jellemzett módon. Ezen szögek szárjai g_2 -t B -ben, g_3 -t C -ben metszik. Ki kell mutatnunk, hogy $ABC\Delta$ -ben BO és CO is szögfelezők. Ha t. i. BO és CO nem volnának szögfelezők, β és γ szögek felezői AO -t nem O pontban, hanem egy másik O' pontban kell,

hogy messék. De akkor $AO'B$ szög $\leq 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$ a szerint, amint O' az AO egyenesen O -hoz viszonyítva közelebb vagy távolabb fekszik BC -től ; az ellentmondás csak akkor szűnik meg, ha O' az O -ba esik.

Nem létezhetik $ABC\Delta$, ha a 3 egyenes közül kettő egymásra merőleges, vagy ha g_1 a g_2 és g_3 által alkotott hegyesszögű síkrészt hasítja.

Klein Eszter (izr. leánygimn. V. o. Bp.).

A lappal kapcsolatos emlékeiről így ír:

„1925-ben történt, mikor szeretett és lelkes tanárom, *Rieger Richárd*, behozta az osztályba a *Faragó Andor* által éppen akkor felélesztett Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok első példányát. Attól kezdve a legfontosabb ténykedésem az volt, hogy megoldjam a matematika feladatokat, amennyit csak bírtam. Ezt a lelkesedésemet megosztottam legjobb barátommal *Wachsberger Mártával*, akivel nagyon barátságos, de nagyon kemény versenyben álltunk. Ezek a tapasztalatok alapozták meg mindkettőnk hivatásválasztását. Mind Márta, mind én matematikát és fizikát tanultunk a Pázmány Péter Tudományegyetemen, ahol egy csomó olyan emberrel találkoztunk, akiknek a neve és fényképe már ismert volt a lapból. Ez volt a kezdete a *Turán Pál*, *Erdős Pál*, *Gallai (Grünwald) Tibor*, *Szekeres Györggyel* kötött életreszló barátságnak. Szekeres Györgynek később felesége lettem. A háború után Ausztráliában Adelaide-ben újra találkoztam Mártával és férjével. Márta is, és én is először középiskolában tanítottunk, majd néhány évvel később az egyetemen kezdtünk el matematikát tanítani. 1963-ban Sydney-be költöztünk férjemmel együtt és ott folytattam az egyetemen a tanítást 1980-ig.

Ezen évek alatt próbáltunk egy KöMaL-hoz hasonló lapot indítani Ausztráliában. Mostanára már született is néhány hasonló folyóirat, de a diákok részvétele sajnálatos módon igen alacsony, noha itt is nagy erőfeszítések folynak a matematikai tehetségek gondozására. Nyugdíjba menetelem után néhány érdeklődő kollégával együtt indítottunk egy különleges matematika osztályt. Ez a diákoknak egy önkéntes gyülekezete, hetenként egy alkalomra, amikor különböző problémákat, feladatokat kapnak kidolgozásra. Jelenleg már több ilyen csoport is működik szerte Ausztráliában. Az én feladatom geometriai problémákkal ellátni őket. Ez volt az én kedvenc témám diákkoromban is. Nagy szükség is van Ausztráliában a geometriai ismeretek gazdagítására, mert évekig elhanyagolt területe volt az iskoláknak. Gyakran kerestem ötleteket a KöMaL legfrissebben megjelent példányában, amit még ma is nagy figyelemmel kísérek.

A tehetséges diákokkal való foglalkozásomért 1990-ben tiszteletbeli doktori címet kaptam. Úgy érzem ez egyenes következménye volt a Lapokban végzett feladatmegoldó munkásságomnak.

Kívánok hasonló sikereket a következő 100 esztendőre.”

Klein Eszter