1. A Pitagorasz-tétel, a magasságtétel és a befogótétel alkalmazásával $p^2 = 6,5^2 - 6^2$; $p = 2,5$; $6^2 = 2,5q$; $q = 14,4$; $c = p + q = 16,9$ és $b^2 = 14,4 \cdot 16,9$; $b = 15,6$ egység, ahol p, illetve q a befogók merőleges vetülete a c átfogón, b pedig a másik befogó.

2. Legyen $BC = a$ és $AC = b$, ahol most $b > a > 1$ (miért?). A szinusztétel alkalmazásával $a = \sqrt{\frac{2}{3}}b$, a koszinusztétel alkalmazásával $a^2 = 1 + b^2 - b\sqrt{2}$, így a feltételeknek megfelelően $a = \sqrt{3} + 1$, $b = \sqrt{\frac{3}{2}}(\sqrt{3} + 1)$ egység.

3. Legyen az első négy szám $a - 3t$, $a - t$, $a + t$, $a + 3t$, ahol a sorozat különbsége $d = 2t$. A feltételek szerint $4a = -36$ és $a^2 - t^2 = 72$, ahonnan $a = -9$, $t^2 = 9$, $t_1 = -3$, $t_2 = 3$.

Ha $t = -3$, akkor az első négy szám $0, -6, -12, -18$, így az ötödik -27, ha $t = 3$, akkor az első négy szám $-18, -12, -6, 0$, így az ötödik szám is 0. (Most $q = 0$, így -6 a mértani sorozat első eleme, így a sorozat minden további eleme 0.)

4. Az e egyenes egy pontjának koordinátái: $x = t, y = t + 1$, $t \in \mathbf{R}$, az f egyenes egy pontjának koordinátái $x = 11 - 2p$, $y = p$, $p \in \mathbf{R}$. Olyan t (és p) értékeket keresünk, amelyekre a feltétel teljesül, azaz

$$\frac{t + 2(11 - 2p)}{3} = 4 \quad \text{és} \quad \frac{t + 1 + 2p}{3} = 1, \quad \text{ahonnan} \quad t = -2, \ (p = 2).$$

Az $E(-2, -1)$ pont is rajta van a keresett egyenesen, tehát ennek egyenlete:
$x - 3y = 1$.

5. Ha $p < 0$, akkor az egyenletnek nincs megoldása. Ha $p = 0$, akkor
$\log_2 x = 0$, vagy $\log_2 x = 4$, így $x_1 = 1$, $x_2 = 16$. Ha $p > 0$, akkor

$$(\log_2 x)^2 - 4\log_2 x + p^2 = 0. \tag{1}$$

Az (1) egyenlet diszkriminánsa $D = 16 - 4p^2$.

Ha $D < 0$, azaz ha $p > 2$, akkor az adott egyenletnek nincs megoldása;
ha $D = 0$, azaz $p = 2$, akkor egyetlen megoldás van, $\log_2 x = 2$, $x_3 = 4$;
ha $D > 0$, azaz $0 < p < 2$, akkor két megoldás van, $x_4 = 2^{2+\sqrt{4-p^2}}$, $x_5 = 2^{2-\sqrt{4-p^2}}$.

6. A bal oldalnak akkor van értelme, ha $1 - x \geqslant 0$ és $1 \neq \sqrt{1 - x}$, azaz $x \leqslant 1$ és $x \neq 0$. Érdemes új változót bevezetni. Legyen $\sqrt{1 - x} = y (\geqslant 0)$, ekkor $x = 1 - y^2$, tehát

$$\frac{((1 - y)(1 + y))^2}{(1 - y)^2} < 9 - (1 - y^2),$$
$$y^2 + 2y + 1 < 8 + y^2, \quad y < \frac{7}{2}, \quad \sqrt{1 - x} < \frac{7}{2}.$$

A feltételeket figyelembe véve adódik a megoldás: $-\frac{45}{4} < x < 0$ vagy $0 < x \leqslant 1$.

7. A következő ismert azonosságokat alkalmazhatjuk:

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}, \quad \cos x + \cos y = 2\cos\frac{x + y}{2} \cdot \cos\frac{x - y}{2}, \quad \cos(\pi - x) = -\cos x,$$
$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y, \quad \cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y.$$

Ezek alkalmazásával

$$\begin{aligned}
&\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma + 2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma = \\
=&\frac{1 + \cos 2\alpha}{2} + \frac{1 + \cos 2\beta}{2} + \cos^2(\alpha + \beta) - 2\cos\alpha\cos\beta\cos(\alpha + \beta) = \\
=&1 + \frac{1}{2}(2\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta) + (\cos(\alpha + \beta))(\cos(\alpha + \beta) - 2\cos\alpha\cos\beta) = \\
=&1 + \cos(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta) = 1.
\end{aligned}$$

8. Az egyenlet

$$(2k - 1)n(x^2 + (k - n - 4)x - 2(k - n - 2)) = 1$$

alakban írható. Mivel k, n és x is egész, ezért $|2k-1|=1$, és $|n|=1$ kell, hogy teljesüljön, azaz $k=1$ vagy $k=0$, illetve $n=1$ vagy $n=-1$.
Ha $k=1$ és $n=1$, akkor $x^2-4x+3=0$, $x_1=1$ vagy $x_2=3$;
ha $k=1$, $n=-1$, akkor $x^2-2x+1=0$, $x_1=x_2=1$.
Ha $k=0$ és $n=1$ vagy $n=-1$, akkor x nem egész.