1. Az $x^2-16x+57=0$ egyenlet gyökei a és b. Határozzuk meg – a és b kiszámítása nélkül – az a magasságú és b alapkörsugarú, valamint a b magasságú, a alapkörsugarú kúpok térfogatának összegét.

2. Egy háromszög beírt körének sugara 4 egység, a hozzáírt körök sugarai pedig 14, 12 és 10,5 egység. Számítsuk ki a háromszög oldalainak hosszát és a területét!

3. Határozzuk meg a p paraméter értékét úgy, hogy a következő egyenletnek legyen valós gyöke:

$$\sqrt{x^2-8x-65}+\sqrt{x^2-169}+\sqrt{x^2+(p+14)x+5p+9}=0.$$

4. Az ABC hegyesszögű háromszög mindhárom csúcsának második koordinátája pozitív, egyik oldala párhuzamos az x tengellyel. A köréírt kör egyenlete $x^2-8x+y^2-8y-8=0$, a magasságpontja pedig $(2;6)$. Határozzuk meg a beírt kör sugarát.

5. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$(\log_3)^2(x^2-8x+15)-\left[\log_3(x^2-8x+15)-1\right]\cdot\log_3 5=$$

$$=\log_3(x^2-8x+15)+\left[\log_3(x^2-8x+15)-1\right]\cdot\log_3 7.$$

6. Határozzuk meg azokat a valós számpárokat, amelyekre:

$$\sin^8 x+\sin^6 x+\sin^4 x+\sin^2 x+1=\sin^4 x(2^{1+\cos y}+1).$$

7. Az origó középpontú és egységsugarú kör kerületén határozzuk meg azokat a pontokat, amelyek koordinátáira az x^2+xy+y^2 kifejezés maximális értéket vesz fel.