

A 34. Nemzetközi Diákolimpiát 1993. július 13–24. között Törökország rendezte meg, Isztambulban. A versenyen 73 ország csapata vett részt (a csapatok létszáma általában 6 fő volt, az ettől eltérő létszámot az ország neve után zárójelben jelezzük):

Albánia, Algéria(5), Amerikai Egyesült Államok, Argentína, Ausztrália, Ausztria, Azerbajdzsán(5), Bahrein, Belgium, Belorusszia(4), Bosznia-Hercegovina(2), Brazília, Bulgária, Észak-Ciprus, Csehország, Dánia, Dél-Afrika, Észtország, Finnország, Franciaország, Fülöp-szigetek, Grúzia, Hollandia, Hongkong, Horvátország, India, Indonézia, Irán, Írország, Izland(4), Izrael, Japán, Kanada, Kazahsztán, Kína, Kirgizia (5), Kolumbia, Dél-Korea, Kuba, Kuvait, Lengyelország, Lettország, Litvánia, Luxemburg(1), Macedónia(4), Magyarország, Makaó, Marokkó, Mexikó, Moldávia, Mongólia, Nagy-Britannia, Németország, Norvégia(5), Olaszország, Oroszország, Örményország, Portugália, Románia, Spanyolország, Svájc(4), Svédország, Szingapúr, Szlovákia, Szlovénia(5), Tajvan, Thaiföld, Törökország, Trinidad és Tobago, Türkmenisztán(3), Ukrajna, Új-Zéland, Vietnam.

A versenyen tehát eredetileg 413 versenyző indult, később azonban a zsűri Türkmenisztán egy versenyzőjét meg nem engedett segítségkérő használata miatt kizárta a versenyből.

Az olimpián két egymás utáni napon 4 1/2–4 1/2 óra alatt 3–3 feladatot kellett megoldani. (A feladatokat alább ismertetjük.) Mindegyik feladat helyes megoldásáért 7–7 pont járt, egy versenyző tehát maximum 42 pontot szerezhett. A verseny feladatai elég nehéznek bizonyultak, így az egyes díjak alsó ponthatárai a szokásosnál alacsonyabbak voltak. Első díjat 30–42 ponttal, második díjat 20–29 ponttal, harmadik díjat pedig 11–19 ponttal lehetett szerezni. A magyar csapat mind a hat tagja díjazott helyen végzett:

Első díjat nyert:

**Csőrnevei Marianna** (Bp., Fazekas Mihály Gimn., III. o. t.) 33 pont

**Futó Gábor** (Bp., Fazekas Mihály Gimn., III. o. t.) 32 pont és

**Faragó Gergely** (Bp., Fazekas Mihály Gimn., IV. o. t.) 32 ponttal.

Második díjat nyert:

**Szeidl Ádám** (Miskolc, Földes Ferenc Gimn., III. o. t.) 22 ponttal.

Harmadik díjat nyert:

**Németh Ákos** (Bp., Fazekas Mihály Gimn., III. o. t.) 12 pont és

**Marx Gábor** (Bp., Szent István Gimn., IV. o. t.) 12 ponttal.

Ha az egyes országok teljesítményét az összpontszám alapján hasonlítjuk össze, a magyar csapat az erős mezőnyben igen jónak számító 8. helyen végzett. Ezen számítás szerint az első tíz helyezett ország: 1. Kína 215, 2. Németország 189, 3. Bulgária 178, 4. Oroszország 177, 5. Tajvan 162, 6. Irán 153, 7. Amerikai Egyesült Államok 151, 8. Magyarország 143, 9. Vietnam 138, 10. Csehország 132.

Még jobb a magyar csapat eredménye, ha a (sport-) olimpiákon szokásos, éremtáblázat szerinti rangsort nézzük. Ebben a rangsorban Magyarország a 73 résztvevő ország közül a 4. helyen végzett (zárójelben az egyes országok után a szerzett arany-, ezüst- és bronzérmek száma):

1. Kína (6,0,0); 2. Németország (4,2,0); 3. Oroszország (4,1,1); 4. Magyarország (3,1,2); 5. Bulgária (2,4,0); 6. Irán (2,3,1); 7. Amerikai Egyesült Államok (2,2,2); 8. Franciaország (2,1,1); 9. Tajvan (1,4,1); 10. Vietnam (1,4,1).

A verseny szervezése és lebonyolítása mintaszerű volt. A versenyzők és a vezetők szállása és ellátása is kitűnő volt, a feszített időrend által szabadon hagyott időben pedig a rendezők változatos programról gondoskodtak (isztambuli városnézés, hajókirándulás a Boszporuszon, stb.).

A magyar csapat vezetője *Pelikán József*, helyettes vezetője *Pataki János* volt. A csapat felkészítéséért elsősorban *Reiman Istvánt* illeti köszönet.

Az 1994. évi diákolimpia július 8-20. között Hongkongban kerül megrendezésre.

**Pelikán József**

### Első nap

1. Legyen  $f(x) = x^n + 5x^{n-1} + 3$ , ahol  $n > 1$  egész szám.

Bizonyítsuk be, hogy  $f(x)$  nem írható fel két legalább elsőfokú polinom szorzataként, ahol mindkét polinom együtthatói egész számok

2. Legyen  $D$  az  $ABC$  hegyesszögű háromszög olyan belső pontja, amelyre

$$\angle ADB < \angle ACB < 90^\circ$$

és

$$AC \cdot BD = AD \cdot BC$$

teljesül.

(a) Határozzuk meg az  $\frac{AB \cdot CD}{AC \cdot BD}$  hányados értékét.

(b) Bizonyítsuk be, hogy az  $ACD$ , ill. a  $BCD$  háromszög körülírt köréhez a  $C$  pontban húzott érintők merőlegesek.

3. Egy végtelen sakktáblán a következő játékot játszunk.

A kiinduló állásban  $n^2$  báb van elhelyezve a sakktáblán egy szomszédos mezőkből álló  $n \times n$ -es négyzetben, minden mezőn egy báb áll. A játék egy lépése abban áll, hogy amennyiben egy báb mellett vízszintes vagy függőleges irányban a

közvetlenül szomszédos mezőn áll báb, a rákövetkező mező pedig üres, a báb átugorja a szomszéd mezőn álló bábot, és az üres mezőre érkezik. Az átugrott bábot ezután levesszük a tábláról.

Határozzuk meg  $n$  azon értékeit, amelyekre elérhető, hogy végül csak egy báb maradjon a táblán.

### Második nap

4. Jelölje a sík három  $P, Q, R$  pontjára  $m(PQR)$  a  $PQR$  háromszög magasságainak minimumát (amennyiben  $P, Q, R$  egy egyenesen van, legyen  $m(PQR) = 0$ ).

Legyenek adottak az  $A, B, C$  pontok a síkon. Bizonyítsuk be, hogy a sík tetszőleges  $X$  pontjára

$$m(ABC) \leq m(ABX) + m(AXC) + m(XBC).$$

5. Legyen  $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ . Állapítsuk meg, létezik-e olyan  $f : N \rightarrow N$  függvény, amelyre

$$\begin{aligned} f(1) &= 2, \\ f(f(n)) &= f(n) + n \text{ minden } n \in N\text{-re} \end{aligned}$$

és

$$f(n) < f(n+1) \text{ minden } n \in N\text{-re.}$$

6. Legyen  $n > 1$  egész szám.

Van  $n$  lámpánk:  $L_0, L_1, \dots, L_{n-1}$ , amelyek egy kör mentén vannak elhelyezve. Mindegyik lámpa BEkapcsolt (BE) vagy Kikapcsolt (KI) állapotban van. Lépések egy  $S_0, S_1, \dots, S_i, \dots$  sorozatát hajtjuk egymás után végre. Az  $S_j$  lépés csak az  $L_j$  lámpa állapotát befolyásolja (a többi lámpa állapotát változatlanul hagyja) a következőképpen:

Ha  $L_{j-1}$  BE van kapcsolva,  $S_j$  az  $L_j$  lámpa állapotát BE-ről KI-re, ill. KI-ről BE-re változtatja; ha  $L_{j-1}$  KI van kapcsolva,  $S_j$  az  $L_j$  lámpa állapotát változatlanul hagyja.

A lámpákat mod  $n$  számozzuk, azaz  $L_{-1} = L_{n-1}$ ,  $L_0 = L_n$ ,  $L_1 = L_{n+1}$  stb.

A kiinduló állásban minden lámpa BE van kapcsolva.

Bizonyítsuk be, hogy

- van olyan pozitív egész  $M(n)$  szám, hogy  $M(n)$  lépés után az összes lámpa ismét BE van kapcsolva;
- ha  $n$   $2^k$  alakú, akkor minden lámpa BE van kapcsolva  $n^2 - 1$  lépés után;
- ha  $n$   $2^k + 1$  alakú, akkor minden lámpa BE van kapcsolva  $n^2 - n + 1$  lépés után.