Beszámoló az 1993. évi Hajós György Matematikai Versenyről

Az 1993. évi (sorrendben tizenötödik) Hajós György Matematikai Versenyt a Kertészeti és Élelmiszeripari Egyetem Élelmiszeripari Főiskolai Kara rendezte meg Szegeden március 17-én és 18-án. A versenyen 15 főiskola, illetve főiskolai kar $4-4$ tagú csapata vett részt. A csapatversenyben a sorrendet a legeredményesebben szerepelt $3-3$ versenyző teljesítménye határozta meg. Az egyéni versenyben minden versenyző részt vett.

A 6 tagú Versenybizottság, amelynek elnöke *Hadi István* főiskolai docens volt, a következő feladatokat tűzte ki:

1. *Adjuk meg az összes olyan számtani sorozatot, amelynek van három olyan szomszédos eleme, amelyek mindegyike pozitív prímszám, és a sorozat differenciája is prímszám!*

(15 pont)

2. *Legyen c valós állandó. Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az*

$$f(x)=4-\sqrt{\frac{x}{c}} \quad \text{és a} \quad g(x)=4\sqrt{cx}$$

hozzárendelési utasítással függvény értelmezhető. Adja meg a c értékét úgy, hogy az f és a g függvények görbéi merőlegesen messék egymást. (A metszéspontban a függvénygörbék érintői merőlegesek legyenek egymásra.)

(15 pont)

3. *Legyenek $P_1, P_2, \cdots, P_n$ páronként különböző, 1-nél nagyobb természetes számok. Bizonyítsuk be, hogy*

$$\left(1-\frac{1}{P_1^2}\right)\left(1-\frac{1}{P_2^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{P_n^2}\right)>\frac{1}{2}.$$

(22 pont)

4. *Egy téglatest egy csúcsból induló lapátlóinak összege $15\sqrt{2}$ egység. Mekkora lehet maximálisan a téglatest térfogata?*

(23 pont)

5. *Egy matematika versenyen három feladatot tűztek ki: A-t, B-t és C-t. 25 olyan versenyző volt, aki megoldott legalább egy feladatot. Azok között, akik A-t nem tudták megoldani, kétszer annyian voltak olyanok, akik megoldották B-t, mint akik C-t oldották meg. Azok, akik csak az A feladatot oldották meg, eggyel többen voltak, mint azok, akik az A-n kívül legalább még egy másik feladatot is megoldottak A csupán egy feladatot megoldók fele nem tudta megoldani A-t. Hányan oldották meg az A feladatot?*

(25 pont)

*

A feladatok megoldására 180 perc állt a versenyzők rendelkezésére, és a versenyzők minden segédeszközt szabadon használhattak.

A csapatverseny első három helyezettje:

1.	Kandó Kálmán Műszaki Főiskola, Székesfehérvár	145 pont
2.	Kandó Kálmán Villamosipari Műszaki Főiskola, Budapest	145 pont
3.	Bánki Donát Gépipari Műszaki Főiskola, Budapest	142 pont

(Azonos pontszám esetén a sorrendet a magasabb sorszámú feladatokban elért eredmények döntötték el.)

Az egyéni verseny első tíz helyezettje:

1. Sasvári Gábor, Kandó Kálmán Villamosipari Műszaki Főiskola, Budapest	87 pont
2. Farkas János, Bánki Donát Gépipari Műszaki Főiskola, Budapest	85 pont
3. Ézsöl Miklós, Széchenyi István Műszaki Főiskola, Győr	68 pont
4. Teket Attila, Magyar Honvédség, Bolyai János Katonai Műszaki Főiskola, Budapest	66 pont
5. Jankó József Attila, Pollack Mihály Műszaki Főiskola, Pécs	63 pont
6. Bujna Péter, Kandó Kálmán Műszaki Főiskola, Székesfehérvár	62 pont
7. Katz Natália, Könnyűipari Műszaki Főiskola, Budapest	60 pont
8. Dominyák Tamás, Gépipari és Automatizálási Műszaki Főiskola, Kecskemét	54 pont
9. Dakó Péter, Kertészeti és Élelmiszeripari Egyetem Élelmiszeripari Főiskolai Kar, Szeged	53 pont
10. Egyed Zsolt, Gépipari és Automatizálási Műszaki Főiskola, Kecskemét	49 pont

1994. évi versenyt a Magyar Honvédség Bolyai János Katonai Műszaki Főiskola rendezi meg Budapesten.