Az első egyenletben szereplő kifejezéseknek csak $x>0$, $y>0$ esetén van értelmük. Tetszőleges $a>0$ számot fel tudunk írni 10 hatványaként: $a=10^{\lg a}$. Ennek, valamint a hatványozás és logaritmálás azonosságainak felhasználásával egyenletrendszerünk a következő alakot ölti:

$$10^{\lg x \lg y}+10^{\frac{1}{2}\lg x \lg y}=110, \qquad \lg x+\lg y=3.$$

Itt az első egyenlet $10^{\frac{1}{2}\lg x \lg y}$-ra nézve másodfokú, gyökei

$$10^{\frac{1}{2}\lg x \lg y}=10 \quad \text{vagy} \quad 10^{\frac{1}{2}\lg x \lg y}=-11. \tag{1}$$

Ez utóbbi lehetetlen, mert 10-nek bármely hatványa pozitív, az (1) szerint

$$\lg x \cdot \lg y=2.$$

Ismerjük a lg x és $\lg y$ számok összegét és szorzatát, így $\lg x$ és $\lg y$ a

$$z^2-3z+2=0$$

egyenlet gyökei. Ennek ismeretében kapjuk az eredeti egyenletrendszer gyökeit:

$$x_1=10, \qquad y_1=100 \quad \text{és}$$
$$x_2=100, \qquad y_2=10.$$

Mindkét számpár valóban megoldás.

Lenkei Péter (Budapest, József A. Gimn., III. o. t.)

Megjegyzés. Ha már tudjuk, hogy a $10^{\lg x \lg y}+10^{\frac{1}{2}\lg x \lg y}=110$ egyenletnek $\lg x \cdot \lg y=2$ gyöke, az, hogy más gyök nem lehet, az exponenciális függvény szigorúan monoton növekedő voltából is látható.