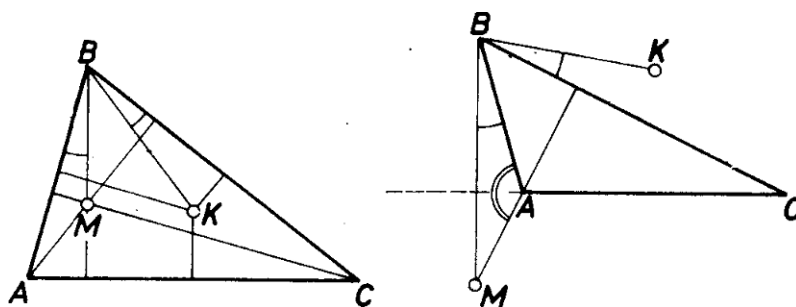
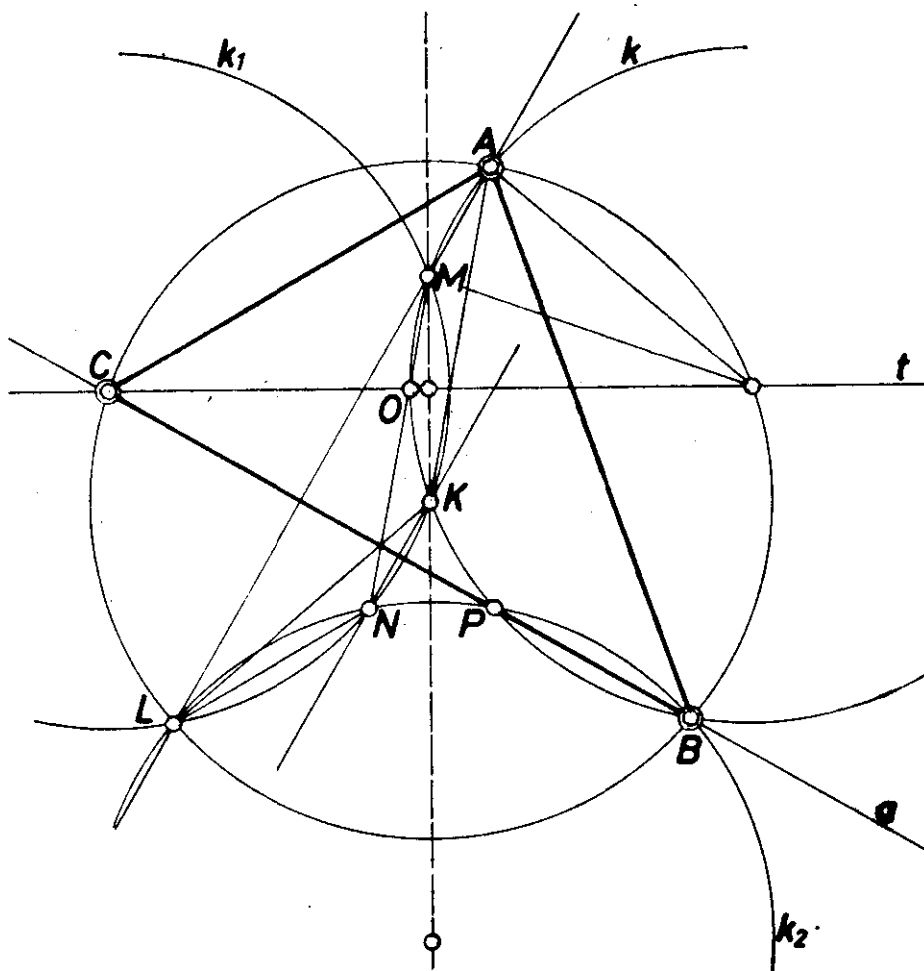


Könnyen látható, hogy egy tetszőleges háromszög szögfelezői a csúcsokat az M , K pontokkal összekötő szakaszok szögét is felezik, illetve tompaszög esetén a keletkező szög kiegészítő szögét (1. ábra). Emiatt a keresett háromszög B , C csúcsa csak olyan pont lehet, amelyre a KBM , KCM szögek belső vagy külső szögfelezője átmegy O -n.



1. ábra

Jelöljük a K , O , M , A pontokon átmenő kört k -val; mivel O felezi a KM ívet, a kör minden pontjának megvan a B , C számára most mondott tulajdonsága. Ugyancsak megfelelnek a KM szakasz t felező merőlegesének pontjai is. Más pont viszont nem jöhet szóba, mert tetszőleges, k -tól különböző, de egyenlő szögekhez tartozó KO , OM feletti látószög - körívpár vagy t -n, vagy a KM egyenesen metszi egymást. Emiatt B , C közül az egyik, mondjuk B a k -n, a másik pedig, C a t -n van (2. ábra).



2. ábra

Tükrözzük k -t a KM egyenesre és jelöljük a kapott kört k_1 -gyel, ennek AM -mel alkotott második metszéspontját L -lel, K -n átmenő, AM -mel párhuzamos húrjának másik végpontját N -nel. k_1 a k -nak abban a tükrözésben is képe, amelynek centruma az MK szakasz felezőpontja, és ekkor A képe N . Tehát $AKNM$ paralelogramma, $KMLN$ pedig trapéz, és $KL = NM = KA$. Emiatt L rajta van a keresett háromszög köré írható körön, és így nem más, mint M -nek BC -re vonatkozó tükörképe.

A B , C pontok tehát ML felező merőlegesén is rajta vannak (C a t -vel való metszéspont). Jelöljük a felező merőlegest a -val, k -nak a -ra vonatkozó tükörképét k_2 -vel. Mivel k_2 átmegy az L , B pontokon, és $KL = KB$, azért k_2 középpontja rajta van az MK egyenesen, vagyis a k , k_1 , k_2 körök középpontjai szabályos háromszöget határoznak meg, és k_2 a k_1 -nek is képe az LN egyenesre.

Mérjük fel a KO ívet K -ból B felé is k -ra, a kapott pont legyen P . Így P az A tükörképe t -re, egyszersmind N képe a KM egyenesre. Így a KNP háromszög is szabályos, és mivel $AM \perp PB$, azért a k -ban AM -hez tartozó középponti szög 20° -os. Mivel C az a , t egyenesek metszéspontja, csak k_1 középpontja lehet. Az ABC háromszögben a B -nél levő szög 40° -os, a C -nél levő szög 60° -os, így A -nál 80° -os szög van. A háromszög köré írható kör egybevágó k -val, és a csúcsok valóban egy szabályos 18-szög csúcsai közül valók.

Nagy Imre (Szombathely, Nagy Lajos Gimn., III. o. t.)