

Legyen $\left[\frac{n}{p} \right] = k$, akkor n -et felírhatjuk

$$n = kp + m$$

alakban, ahol k, m egészek és $0 \leq m < p$. Azt kell igazolnunk, hogy $\binom{n}{p}$ p -vel osztva éppen k -t ad maradékul.

$$\begin{aligned} \binom{n}{p} &= \frac{(kp+m)(kp+m-1)\dots kp\dots(kp+m-p+1)}{p!} = \\ &= k \frac{(kp+m)\dots(kp+1)(kp-1)\dots(kp+m-p+1)}{(p-1)!}. \end{aligned}$$

A számlálóban eredetileg p db egymás után következő szám állott, ezek maradékai p -vel osztva mind különbözők, tehát valamilyen sorrendben $0, 1, 2, \dots, p-1$. Közülük a p -vel osztható maradt ki, ezért kifejezésünk így alakítható tovább:

$$(1) \quad \binom{n}{p} = k \cdot \frac{qp + (p-1)!}{(p-1)!} = \frac{kqp}{(p-1)!} + k.$$

Az (1) p -vel osztva valóban k -t ad maradékul, hiszen az összeg első tagja osztható p -vel, mivel egész szám, és nevezője relatív prím p -hez.

Megjegyzés. A kitűzött példa megoldásával együtt megtalálható Skljarszkij-Csencov-Jaglom: Válogatott feladatok és tételek az elemi matematika köréből c. könyvében (I. rész, Aritmetika és algebra, 107. feladat). Sajnos a feladat kitűzésekor ezt még nem tudtuk.