

Maga az elnevezés első pillanatra kissé furcsának tűnik, – de hamar rátalálhatunk az értelmére. Nemzetközi és magyar, ez a kettő így együtt nyilván azt jelenti, hogy a Kárpát-medence különböző országaiban élő, különböző tantervek szerint tanuló, magyar diákok matematika versenye. Valóban erről van szó, 1992. április 9–12-ig Észak-Komáromban (Cseh és Szlovák Köztársaság) rendezték meg az I. Nemzetközi Magyar Matematika Versenyt. A résztvevő országok: (zárójelben a versenyzők száma) Cseh- és Szlovák Köztársaság – Felvidék (44), Ukrajna – Kárpátalja (8), Románia – Erdély (44), Jugoszlávia – Vajdaság (22), Magyarország (44).

A verseny megrendezésének gondolatát, – amelyre az új közép-európai helyzetben nyílt lehetőség – az 1991-es szegedi Rátz László Vándorgyűlésen fejtette ki Bencze Mihály, brassói matematika tanár. A szervezés már ekkor elkezdődött, s a felvidéki kollégák vállalkoztak Komáromban, a Magyar Gimnáziumban a verseny megrendezésére. A szervezés és irányítás önzetlen, nagy munkáját Oláh György tanár úr vállalta magára.

A verseny bensőséges megnyitójára a komáromi Magyar Gimnázium dísztermében került sor. A házigazdák és Bencze Mihály köszöntője után Kálmán Attila, az MKM államtitkára is üdvözölte a résztvevőket, és hagyományteremtésre, a kezdeményezés folytatására buzdított. A verseny előtt és után, párhuzamosan, több szekcióban előadások, feladatmegoldó foglalkozások zajlottak. Ezekon mindegyik országból voltak előadók, többek közt diákelőadók is.

A verseny 4 órán át tartó írásbeli fordulóból állt. Külön-külön 6-6 feladatot kaptak az egyes középiskolai korosztályok, elsőtől negyedikig. Érdemes tanulmányozni a feladatokat:

I. osztály

1. Bizonyítsuk be, hogy ha $n > 1$ természetes szám, akkor $n^8 + n^4 + 1$ összetett szám.

Mészáros József, Galánta

2. Mely p pozitív prímszámokra lesz $2p + 1$, $3p + 2$, $4p + 3$, $6p + 1$ mindegyike prímszám?

Urbán János, Budapest

3. Igazoljuk, hogy ha $a + b + c = 0$, akkor

$$6(a^5 + b^5 + c^5) = 5(a^2 + b^2 + c^2)(a^3 + b^3 + c^3).$$

Bencze Mihály, Brassó

4. Adott az ABC háromszög és $D \in BC$, $E \in AC$, $F \in AB$ pontok. Az A csúcson át párhuzamosot húzunk a BC oldallal, amely a DE egyenest M -ben és a DF egyenest N -ben metszi. Igazoljuk, hogy AD , MF , NE akkor és csak akkor mennek át egy ponton, ha D a BC oldal felezőpontja.

Bencze Mihály, Brassó

5. Határozzuk meg az x, y egész számokat, ha $x^2 - 2xy + 2y^2 - 4y^3 = 0$.

Balázs Lajos, Zselíz

6. Legyenek x_a , x_b , x_c az ABC hegyesszögű háromszög tetszőleges P belső pontjának az a , b , c oldalaktól mért távolságai, valamint h_a , h_b , h_c a megfelelő magasságok. Igazoljuk, hogy

$$\frac{x_a}{h_a} + \frac{x_b}{h_b} + \frac{x_c}{h_c} = 1.$$

Mészáros József, Galánta

II. osztály

1. Igazoljuk; hogy ha $x, y, z \in \mathbf{R}$, akkor

$$x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx \geq \frac{3}{4} \max\{(x - y)^2, (y - z)^2, (z - x)^2\}.$$

Bencze Mihály, Brassó

2. Hány olyan háromszög van, amelynek oldalai n -nél nagyobb, de $2n$ -nél nem nagyobb egész számok? Ezek közül a háromszögek közül hány egyenlőszárú és hány egyenlőoldali?

Urbán János, Budapest

3. Jelölje N azt az 1992 jegyű számot, amelynek az összes számjegye 9-es. Mennyi N^2 számjegyeinek összege?

Bencze Mihály, Brassó

4. Bizonyítsuk be, hogy $82! \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{82}\right)$ osztható 1992-vel.

Mészáros József, Galánta

5. Adott az ABC háromszög. Legyen O a körülírt körének a középpontja. B és C csúcsokból az AC és AB oldalakra bocsátott merőlegesek talppontjai E és F . Igazoljuk, hogy $AO \perp EF$.

Nagel tétele

6. Az ABC derékszögű háromszög G súlypontjából bocsássunk merőlegeseket az oldalakra. Legyenek ezek talppontjai A_1 , B_1 , C_1 . Számítsuk ki a $\frac{Ter(ABC)}{Ter(A_1B_1C_1)}$ arányt.

III. osztály

1. Az ABC háromszög AB , BC , CA oldalain felvesszük a D , E , F pontokat úgy, hogy $\frac{AD}{DB} = \frac{BE}{EC} = \frac{CF}{FA}$. Bizonyítsuk be, hogy a DEF háromszög súlypontja egybeesik az ABC háromszög súlypontjával.

Petkovics Zoltán, Szabadka

2. Ha $n \geq 3$ igazoljuk, hogy

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \ln n \geq \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right).$$

Bencze Mihály, Brassó

3. Az (a_n) $n \in \mathbf{N}$ sorozatot a következőképpen értelmezzük:

$$a_1 = \frac{1}{2}, \quad a_2 = \frac{1}{3}, \quad \text{és} \quad a_{n+2} = \frac{a_n a_{n+1}}{3a_n - 2a_{n+1} + 1}.$$

Adjuk meg a sorozat n -edik tagját n függvényében.

Urbán János, Budapest

4. Az (a_n) $n \in \mathbf{N}$ sorozatot a következőképpen értelmezzük:

$$a_0 = a_1 = \frac{2}{3} \quad \text{és} \quad \frac{1}{4}(1 + 2a_{n+1} + a_n^2) \leq a_{n+2} \leq \frac{1}{3}(1 + a_{n+1} + a_n^2).$$

Igazoljuk, hogy a sorozat konvergens és határozzuk meg a határértékét.

Dályai Pál, Marosvásárhely

5. Határozzuk meg az $f : \mathbf{R} \setminus \{-1, 1, 2\} \rightarrow \mathbf{R}$ függvényt, ha $f\left(\frac{x+1}{x-2}\right) + 2f\left(\frac{x-2}{x+1}\right) = x$, majd ábrázoljuk grafikusan.

Balázs Lajos, Zselíz

6. Az A , B , C pontok rajta vannak az $y = \frac{1}{x}$ egyenletű hiperbolán. Bizonyítsuk be, hogy az ABC háromszög magasságpontja is ezen a hiperbolán van.

Reiman István, Budapest

IV. osztály

1. Határozzuk meg azon x , y egészeket, amelyekre $x^2(x^2 + 4xy + 3y^2)$ és $y^2(y^2 + 4xy + 3x^2)$ kifejezések egyszerre teljes negyedik hatványok.

Bencze Mihály, Brassó

2. Egy konvex 10-szög belsejében vegyünk fel k pontot úgy, hogy bármely két pont összekötő egyenese ne tartalmazzon sem a felvett pontokat, sem a sokszögcsúcsok közül még egyet. Bontsuk fel a sokszöget háromszögekre úgy, hogy minden háromszög csúcsa csak a sokszögcsúcsokkal vagy pedig a felvett pontokkal esik egybe. Bizonyítsuk be, hogy bármilyen módon bontjuk fel a sokszöget háromszögekre, a háromszögek száma mindig ugyanakkora.

Reiman István, Budapest

3. Igazoljuk, hogy $\frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \frac{1}{7!} + \dots$ irracionális.

Bencze Mihály, Brassó

4. Legyen $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ egy folytonos függvény; ahol $f(f(x)) = x^{2n+1}$, $n \in \mathbf{N}$ és $f(1) = -1$. Igazoljuk; hogy f szigorúan csökkenő és $f(0) = 0$, valamint $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Adjunk példát a fenti feltételeket kielégítő függvényekre.

Bencze Mihály, Brassó

5. Az ABC derékszögű háromszögben meghúzzuk az átfogóra a magasságot. Az így keletkezett két háromszögnek megszerkesztjük a beírt köreit. Bizonyítsuk be, hogy a talppontból és az ezen körök középpontjából alkotott háromszög hasonló az eredetihez.

Fonód Tibor, Komárom

6. Vágjunk ketté egy háromszöget egy egyenessel két egyenlő területű részre úgy, hogy az egyenesnek a háromszögön belüli szakasza a lehető legrövidebb legyen.

Szabó Magda, Szabadka

Az értékeléskor minden feladat helyes és teljes megoldásáért 10 pont járt, lényegileg különböző megoldásért, általánosításért 5 pontot lehetett kapni.

Az ünnepélyes eredményhirdetésnek, díjkiosztásnak ismét a Magyar Gimnázium díszterme adott otthont.

Az eredmények:

I. osztály

1. díj: *Csapó Hajnalka* (Csíkszereda), *Prahovean Cornel* (Brassó), *Csorba István* (Győr)
2. díj: *Szabó Árpád* (Marosvásárhely), *Mácza Miklós* (Komárom), *Küronya István* (Budapest), *Deák Borbála* (Csíkszereda), *Halász György* (Budapest)
3. díj: *Gaál Réka* (Marosvásárhely), *Balla Andrea* (Székelyudvarhely), *Szilágyi Imre* (Székelyudvarhely), *Wágner Ferenc* (Tata), *Lázár Emese* (Székelyudvarhely), *Kiss László* (Pozsony), *Gecse Zoltán* (Ungvár)

II. osztály

1. díj: *Alexics Gábor* (Budapest), *Birszki Bálint* (Vác)
2. díj: *Sinoai Áron* (Marosvásárhely), *Chrobák Péter* (Vásárosnamény), *Környei László* (Győr), *Ling Éva* (Nyíregyháza), *Szilágyi Róbert* (Csíkszereda)
3. díj: *Szente Hajnalka* (Marosvásárhely), *Balázs Imre* (Székelyudvarhely), *Kahlesz Ferenc* (Budapest), *Ódor Lajos* (Komárom), *Czifrik Xénia* (Pozsony), *Kartay Andrea* (Dunaszerdahely), *Biacsi Dávid* (Szabadka), *Boros Szabolcs* (Brassó), *Bitere Krisztián* (Győr)

III. osztály

1. díj: *Szilágyi István* (Székelyudvarhely)
2. díj: *Kristály Sándor* (Csíkszereda), *Gaál László* (Csíkszereda), *Szilágyi László* (Marosvásárhely), *Rácz Zsuzsanna* (Székelyudvarhely), *Pongrácz József* (Gyergyószentmiklós)
3. díj: *Bodrosi Levente* (Székelyudvarhely), *Németh Róbert* (Győr), *Csorba Péter* (Győr), *Márton Gábor* (Nagykanizsa), *Berecz Andrea* (Székelyudvarhely), *Várday Béla* (Csíkszereda), *Kosztolányi Zsolt* (Budapest), *Szász András* (Gyergyószentmiklós)

IV. osztály

1. díj: *András Szilárd* (Csíkszereda)
2. díj: *Szabó Zsolt* (Nagykanizsa), *Musán Antal* (Brassó), *Álmos Attila* (Budapest)
3. díj: *Kallós Béla* (Nyíregyháza), *Koródi Szabolcs* (Csíkszereda), *Végső Viktor* (Nyíregyháza), *Drinka Tibor* (Galánta), *Boda Levente* (Brassó), *Taletovics Dávid* (Győr), *Ráduly-Baka Zsolt* (Sepsiszentgyörgy), *Ratkó Éva* (Budapest), *Szabó Ingrid* (Komárom)

A résztvevők megállapodtak abban, hogy a versenyt minden évben megrendezik. A tervek szerint két évente Magyarországon, a közbülső években – a lehetőségekhez képest – a környező országokban felváltva kap otthont a Nemzetközi Magyar Matematika Verseny, amelynek időpontja a tavaszi iskolai szünethez igazodik.

A következő, 1993. évi verseny megrendezésére Vácott, az Ipari Szakközépiskola vállalkozott. A szervező munkát Benedek Ilona tanárnő irányítja. Meghívást kapnak az 1992-es versenyen részt vett iskolák, szervezetek, és Magyarországról az 1992-es középiskolai matematika tanulmányi versenyek (Arany Dániel, OKTV) első és második helyezettjei.

A szervező bizottság örömmel és szívesen fogad minden erkölcsi és anyagi támogatást, ami a verseny minél színvonalasabb megrendezését segíti.