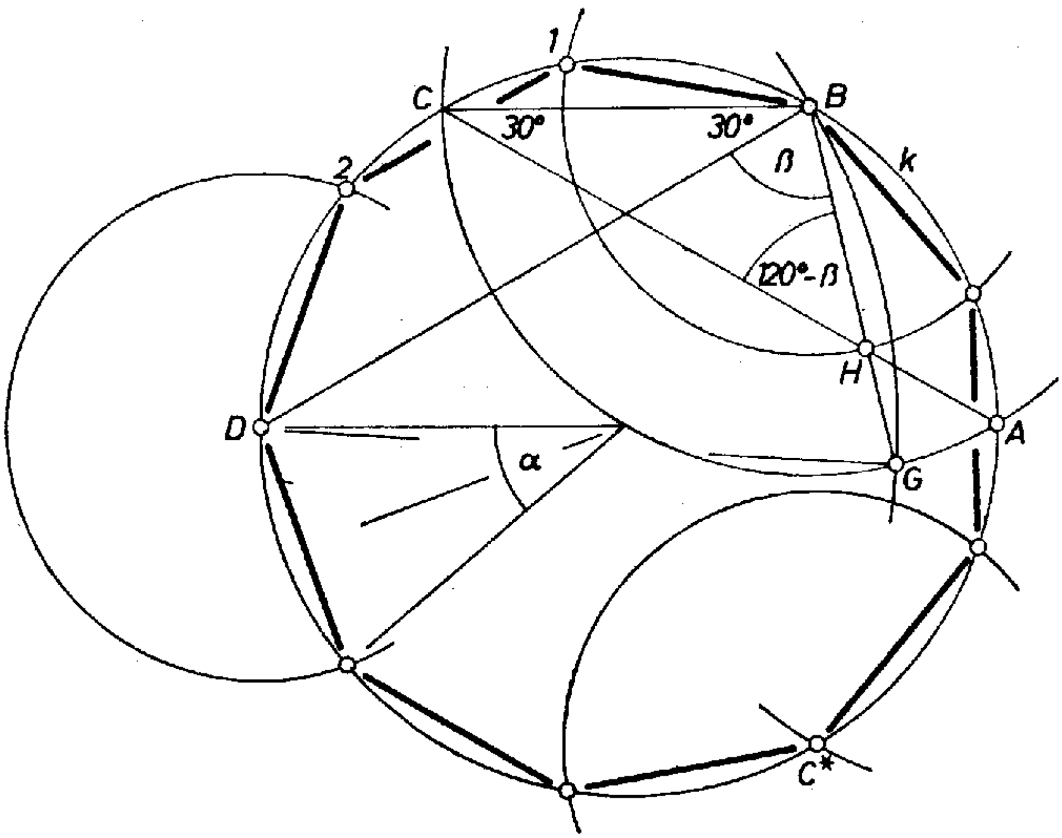
Jelöljük k sugarát r-rel, így a $BG=r$ alappal és $DB=DG=r\sqrt{3}$ szárakkal meghatározott háromszögből

$$\cos DBG\sphericalangle=\cos\beta=\frac{1}{2\sqrt{3}},\qquad \sin\beta=\frac{\sqrt{11}}{2\sqrt{3}}.$$



A BCH háromszög H-nál levő szöge $120^\circ-\beta$, hiszen nyilván $BCH\sphericalangle=30^\circ$ és $CBH\sphericalangle=30^\circ+\beta$, ezért a sinustétel, majd az összegezési képlet alapján

$$\frac{BH}{BC}=\frac{\sin 30^\circ}{\sin(120^\circ-\beta)}=\frac{1}{\sqrt{3}\cos\beta+\sin\beta},$$

$$BH=\frac{2r}{1+\sqrt{\dfrac{11}{3}}}=\frac{2\sqrt{3}\,r}{\sqrt{11}+\sqrt{3}}=\frac{r}{4}(\sqrt{33}-3).$$

És mivel táblázatunk szerint $5{,}7445<\sqrt{33}<5{,}7455$, ezért

$$0{,}6861\,r<BH<0{,}6864\,r.$$

Másrészt a szabályos 9-szög oldala $a_9=2r\sin 20^\circ$, és itt $0{,}34195<\sin 20^\circ<<0{,}34205$, tehát

$$0{,}6839r<a_9<0{,}6841r.$$

Ezek szerint BH felülről közelíti a_9-et, és hibája kisebb, mint $(0{,}6864-\,-0{,}6839)r=0{,}0025r$, ami a szerkesztett szakasz 4‰-énél kisebb hiba.

Megjegyzések. 1. Ábránkon a B, D és a C-vel átellenes C^* pontok körüli BH sugarú körívekkel a közelítő 9-szög csúcsait is kijelöltük.

2. Többjegyű táblázat szerint a hiba kisebb, mint $0{,}0022r$ és nem éri el a 3‰-et.

3. Szemléletesség kedvéért megadjuk a közelítés szöghibáját is: a BH-hoz mint húrhoz tartozó 2α középponti szög $40^\circ 7'$ és $40^\circ 8'$ közé esik, a_9-hez pedig 40° tartozik, tehát a szög hibája kisebb 8 szögpercnél, relatív hibája 1/300.

4. Az alábbi számítás szerint csak egyszer használjuk a sinustáblázatot.

$$\sin 3\alpha=\sin\alpha(3-4\sin^2\alpha)=\frac{\sqrt{33}-3}{8}\cdot\frac{3+3\sqrt{33}}{8}=\frac{45-3\sqrt{33}}{32}=0{,}8677.$$

$3\alpha=60^\circ 11{,}5'$.

5. A szerkesztést *Fr. Fronek* közölte, aki akkor szakközépiskolai tanuló volt Steyr-ben (Ausztria).