

1. Oldja meg a valós számpárok halmazán az

$$\begin{aligned}x^2y + xy^2 &= -12 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} &= -\frac{4}{3}\end{aligned}$$

egyenletrendszert!

2. Egy szimmetrikus trapéz párhuzamos oldalainak hossza 8, illetve 48 egység. Szárának hossza megegyezik a rövidebb párhuzamos oldal és a magasság hosszának összegével. Számítsa ki a trapéz területét és a köré írt kör sugarát!

3. Oldja meg a

$$3 \cdot 4^{x+1} - 35 \cdot 6^x + 2 \cdot 9^{x+1} \geq 0$$

egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

4. Írja fel a  $P(9; 5)$  ponton áthaladó kör egyenletét, ha az olyan  $Q$  pontban érinti az  $y$  tengelyt, amelyre  $PQ = 3\sqrt{10}$ .

5. Egy háromszög oldalainak hossza 4, 6, illetve 8 egység. Mekkora annak a körnek a sugara, amelynek középpontja a leghosszabb oldalon van, és érinti a háromszög másik két oldalát? Számítsa ki a leghosszabb oldalhoz tartozó szögfelező hosszát.

6. Mennyi az  $x \mapsto |x^2 - x| + |x^2 + 3x + 2|$  függvény legnagyobb és legkisebb értéke a  $\left[-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right]$  zárt intervallumon?

Mely helyeken veszi fel ezeket az értékeket?

7. Az  $x^2 + px - q = 0$  egyenlet egyik gyökének kétszerese az  $x^2 - 3px + q = 0$  egyenletnek gyöke. Számítsa ki  $p$  és  $q$  értékét, ha  $p^2 + 4q = 36$ .

8. Tekintsük a  $p \cdot \operatorname{tg} x = 1 - \cos 2x$  egyenletet, ahol  $p$  valós paraméter.

a) Oldja meg az egyenletet, ha  $|p| = \frac{1}{2}$ .

b) A  $p$  paraméter értékétől függően az egyenletnek hány megoldása esik a  $[0; \pi]$  zárt intervallumba?