1. A befogókat ezúttal $2a$ és $2b$-vel, az átfogót $2c$-vel jelölve a keresett súlyvonal hosszára $s_c^2 = c^2 = a^2 + b^2$. Az adatokból Pitagorasz tételével $s_a^2 = a^2 + 4b^2 = 9$ és $s_b^2 = 4a^2 + b^2 = 16$, összegük ötödrésze $a^2 + b^2 = 5$, tehát $s_c = \sqrt{5}$ egység. – Célhoz értünk a befogók külön-külön való kiszámítása nélkül is.

2. A körhöz B-ből húzott két szelő szakaszainak szorzata egyenlő, $BA \cdot BD = (BD + DA) \cdot BD = 5BD^2 = BE \cdot BC = 4 \cdot (4+1) = 20$, innen $BD = 2$ és $BA = 10$. A $\beta = ABC\sphericalangle = DBC\sphericalangle$-re a DBC háromszögből $\cos\beta = 13/20$. A keresett terület

$$\frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC \cdot \sin\beta = 5\sqrt{231}/4 \approx 19,0 \text{ területegység.}$$

Mérethű ábra szerkesztése: 1. oldalaiból a BCD háromszög, 2. az E osztópont, 3. kör a C, D, E pontokon át, végül 4. ebből BD kimetszi A-t.

3. A bal oldalnak akkor van értelme, ha egyrészt az alap $x+1>0$, de $x+1 \neq 1$, azaz $x > -1$, de $x \neq 0$, és ekkor a jobb oldalon $2 = \log_{x+1}(x+1)^2$, másrészt ha a zárójelben $2x^2 - 3x + 1 = (2x-1)\cdot(x-1)$ pozitív, ez kizárja a $0,5 \le x \le 1$ értékeket.

Mármost ha az alapra $x+1>1$, azaz $x>0$, akkor a logaritmus-függvény monoton növő, a követelmény: $2x^2 - 3x + 1 \le (x+1)^2$, rendezve $x(x-5) \le 0$, azaz $0 \le x \le 5$. Egybevetve a követelményeket, x megoldás, ha $0 < x < 0,5$ és ha $1 < x \le 5$.

A bal oldal értéke pl. $x = 0,4$ mellett $\log_{1,4} 0,12 = (\lg 0,12) : (\lg 1,4) \approx -6,301$ és $x = 3$ mellett $\lg_4 10 = 1,661$, valóban kisebbek, mint 2.

Ha pedig az alapra $0 < x+1 < 1$, azaz $-1 < x < 0$, akkor $2x^2 - 3x + 1 \ge (x+1)^2$, tehát ha $x \le 0$ és ha $x \ge 5$. Egybevetve $-1 < x < 0$.

Az adott egyenlőtlenség teljesül, ha $-1 < x < 0,5$, de $x \neq 0$ és ha $1 < x \le 5$.

4. A $\sin^2\dfrac{x}{2} = 1 - \cos^2\dfrac{x}{2}$ helyettesítés után a négyzetgyökjel alatt

$$\left(4\cos^2\frac{x}{2} - 1\right)^2 = (2\cos x + 1)^2$$

áll, tehát az egyenlet

$$|2\cos x + 1| = 2\cos x + 1.$$

Ez teljesül, ha a jobb oldal nem negatív: $\cos x \ge -0,5$ és

$$\frac{-2\pi}{3} + 2n\pi \le x \le \frac{2\pi}{3} + 2n\pi \qquad n \in \mathbb{Z}$$

5. Az EAB háromszögben E-nél derékszög van. E távolsága AB-től $EA \cdot EB/AB = 2,4$. A térfogat akkor a legnagyobb, ha e lap forgatásával E legmagasabbra jut, vagyis ha ez a lap merőleges az $ABCD$ alapra. Ekkor a térfogat $5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2,4/3 = 8$ térfogategység. Ekkor EAD és EBC is derékszögű háromszögek, $ED = \sqrt{13}$, $EC = \sqrt{20}$ egység.

6. Az OAB egyenlő szárú derékszögű háromszög területe 200 területegység, a levágott BDC háromszögé 96 területegység. Legyen D abszcisszája d, vetülete OB-re E, ekkor $BE = d$ és $EC = d/3$, ezekkel BDC területe $2d^2/3$, tehát $d = 12$. C ordinátája 4, a keresett egyenlet $y = x/3 + 4$, másképpen $x = 3y - 12$.

7. A gyökvonás miatt csak $m \ge 0$-ról lehet szó, és ekkor $2^m \ge 1$. A diszkriminánsra $D/16 = m \cdot 2^m - 2^{m+1} - m + 2 = (m-2)(2^m - 1)$, a második tényező nem lehet negatív. $D = 0$ és két egyenlő gyök adódik, ha $m = 2$ – ekkor $x_{1,2} = \sqrt{2}$ – és ha $2^m - 1 = 0$, azaz $m = 0$, ekkor $x_{1,2} = 0$.

$m > 2$ esetén két különböző valós gyök van:

$$x_{1,2} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{m \cdot 2^m} \pm \sqrt{(m-2)(2^m - 1)}\right).$$

8. A három ismeretlen szerepe egyenrangú. Nullára redukálások után bármelyik két egyenlet különbsége szorzattá alakítható. Az első kettőből $(x-y)(x+y+1) = 0$, a megoldás kettéágazik aszerint, hogy
(1a) $x - y = 0$, azaz $x = y$ vagy (1b) $x + y + 1 = 0$.
Ezt ismételve a második és harmadik egyenletre:
(2a) $y - z = 0$ vagy (2b) $y + z + 1 = 0$.
Ezeknek az elsőfokú egyenleteknek a négyféle párbaállítása mellé bármelyiket vehetjük az eredeti másodfokú egyenletek közül, mindegyik esetben két megoldást kapunk. Az első kettőben $x = y = z$ és közös értékük $1 + \sqrt{3}$, illetve $1 - \sqrt{3}$. A további 3–3 megoldás az $1, 1, -2$ és a $-1, -1, 0$ számhármasok permutálásával adódik. Lényegében tehát négy különböző számhármas elégíti ki az egyenletrendszert.

Harmadszor nem ismételhettük volna a fenti fogást, gyökrendszert vesztenénk, mert az úgy adódó $x - z = 0$ egyenletet már megkaphatnánk, mint (1a) + (2a)-t is és mint (1b) − (2b)-t is.