

1. Egy derékszögű háromszög befogóihoz tartozó súlyvonalak hossza 3, illetve 4 egység. Számítsa ki az átfogóhoz tartozó súlyvonal hosszát.

2. Az ABC háromszög A és C csúcán átmenő kör az AB oldalt olyan D , a BC oldalt olyan E pontban metszi, hogy

$$CE = 1, \quad CD = BE = 4 \quad \text{és} \quad AD = 4BD.$$

Számítsa ki a háromszög területét.

3. Oldja meg a valós számok halmazán a

$$\log_{x+1}(2x^2 - 3x + 1) \leq 2$$

egyenlőtlenséget.

4. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\sqrt{16 \cos^4 \frac{x}{2} - 7 \cos^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{x}{2}} = 2 \cos x + 1.$$

5. Az $ABCDE$ gúla alaplappja az $ABCD$ téglalap. $AB = 5$, $BC = 2$, $EA = 3$, $EB = 4$ egység. Számítsa ki a gúla EC és ED éleinek hosszát, ha a gúla térfogata a lehető legnagyobb. Mekkora a gúla térfogata?

6. Az $x + y = 20$ egyenletű egyenesnek az x , illetve y tengellyel való metszéspontját jelölje A , illetve B , az origót jelölje O . Írja fel annak az e egyenesnek az egyenletét, amelyik párhuzamos az $x = 3y$ egyenletű egyenessel, metszi az OB szakaszt a C , az AB szakaszt a D pontban, és amelyre az $OADC$ négyszög területe 104 területegység.

7. Oldja meg a valós számok halmazán a

$$(2x)^2 - 4x\sqrt{m \cdot 2^m} + 2^{m+1} + m - 2 = 0$$

egyenletet, ahol m valós paraméter.

8. Oldja meg az

$$\begin{aligned}x^2 &= y + z + 2, \\y^2 &= z + x + 2, \\z^2 &= x + y + 2\end{aligned}$$

egyenletrendszert a valós számhármasok halmazán.