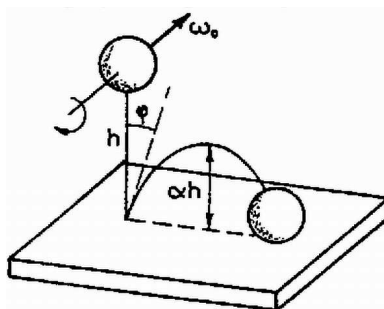


## Elméleti feladatok

**1. feladat.** Az 1. ábrán egy  $R$  sugarú szilárd homogén golyó látható. Mielőtt leesne a talajra, tömegközéppontja nyugalomban van, azonban a golyó  $\omega_0$  szögsebességgel forog egy tömegközéppontján átmenő vízszintes tengely körül. A golyó legalsó pontja  $h$  magasságban van a talaj felett.



1. ábra

Mikor elengedjük, a golyó a gravitáció hatására leesik, és eredeti magasságának adott  $\alpha$ -szorosára pattan vissza. A golyó és a talaj olyan anyagból vannak, hogy az ütközés során fellépő alakváltozás elhanyagolható. A golyó és a talaj közti csúszási súrlódási együttható  $\mu_k$  adott. Tegyük fel, hogy az ütközés ideje nagyon kicsi, de véges, és a golyó légüres térben esik. Jelölje  $m$  a golyó tömegét,  $g$  a gravitációs gyorsulást. A golyó tehetetlenségi nyomatéka a tömegközépponton átmenő tengelyre:  $\Theta = 2mR^2/5$ .

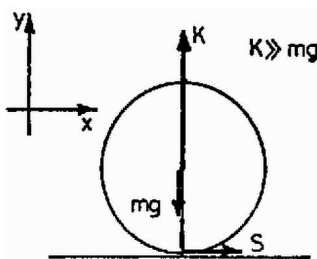
1. Először vizsgáljuk azt az esetet, amikor a golyó az ütközés teljes ideje alatt csúszik. Határozd meg:

- a) A  $\varphi$  visszapattanási szög tangensét!
- b) A tömegközéppont által megtett vízszintes távolságot az első és a második ütközés között!
- c)  $\omega_0$  legkisebb lehetséges értékét!

2. Tegyük fel most, hogy a csúszás befejeződik az ütközési időtartam vége előtt. Válaszolj ismét az a) és b) kérdésekre!

3. Ábrázold szabadkézi rajzban  $\tan \varphi$  függését  $\omega_0$ -tól a fenti két esetben!

**Megoldás.** A golyó  $v_0 = \sqrt{2gh}$  sebességgel érkezik a talajra, majd visszapattan. Ekkor függőleges sebességkomponense  $v_y = \sqrt{2g\alpha h} = cv_0$ , ahol  $c = \sqrt{\alpha}$  az ütközési szám, míg a vízszintes sebességkomponens legyen  $v_x$ .



2. ábra

A 2. ábrán látható erők segítségével írjuk fel a lendület és a perdület megváltozását az ütközés ideje alatt:

$$\Delta I_x = \int_{t_1}^{t_2} S(t) dt = mv_x,$$

$$\Delta I_y = \int_{t_1}^{t_2} K(t) dt = mv_0 + mv_y = m(1 + c)\sqrt{2gh},$$

$$\Delta N = \int_{t_1}^{t_2} RS(t) dt = R \int_{t_1}^{t_2} S(t) dt = \Theta(\omega_0 - \omega_1),$$

ahol  $\omega_1$  az ütközés utáni szögsebesség, míg  $t_1$  és  $t_2$  az ütközés kezdő-, illetve végső pillanata. Két eset lehetséges:

1. A teljes ütközési idő alatt csúszik a golyó.
2. Egy bizonyos  $t \in (t_1, t_2)$  időpontban a golyó talajjal érintkező pontjának sebessége nullává válik; ettől kezdve megszűnik a csúszás, nem lép fel súrlódási erő, a golyó tiszta gördüléssel halad.

1. eset. Ekkor az ütközés minden időpillanatában így adható meg a súrlódási erő:

$$S(t) = \mu_k K(t),$$

amit a fenti összefüggésekbe behelyettesítve a következő egyenletekhez jutunk:

$$\Delta I_x = \mu_k \int_{t_1}^{t_2} K(t) dt = \mu_k \cdot \Delta I_y = \mu_k m(1+c)\sqrt{2gh} = mv_x,$$

és

$$\Delta N = R\mu_k \int_{t_1}^{t_2} K(t) dt = R\mu_k m(1+c)\sqrt{2gh} = \Theta(\omega_0 - \omega_1),$$

melyekből a  $v_x$  vízszintes sebességkomponens és az  $\omega_1$  végső szögsebesség kiszámítható:

$$v_x = \mu_k(1+c)\sqrt{2gh},$$

$$\omega_1 = \omega_0 - \frac{\mu_k m R(1+c)}{\Theta} \cdot \sqrt{2gh}.$$

Ennek a megoldásnak a feltétele:  $\omega_1 R > v_x$ . Behelyettesítve  $\omega_1$  és  $v_x$  értékét, a kezdeti szögsebességre a következő feltételnek kell teljesülnie:

$$\omega_0 > \frac{\mu_k \sqrt{2gh}(1+c)}{R} \left[ \frac{mR^2}{\Theta} + 1 \right].$$

2. eset. Ekkor  $t_1$  és  $t_2$  között valamikor tiszta gördülés indul meg, melynek kinematikai feltétele:  $\omega_1 R = v_x$ . Ennek segítségével  $v_x$  és  $\omega_1$  a következő egyszerű alakra hozható:

$$v_x = \frac{\Theta \omega_0 R}{mR^2 + \Theta} = \frac{2}{7} \omega_0 R.$$

és

$$\omega_1 = \frac{\Theta \omega_0}{mR^2 + \Theta} = \frac{2}{7} \omega_0,$$

vagyis ezek a mennyiségek ebben az esetben csak a kezdeti  $\omega_0$ -tól függenek, a  $h$  indítási magasságtól nem.

*A visszapattanási szög tangensének kiszámítása*

1. eset. A kívánt tangens érték a visszapattanási sebesség komponenseinek hányadosaként állítható elő:

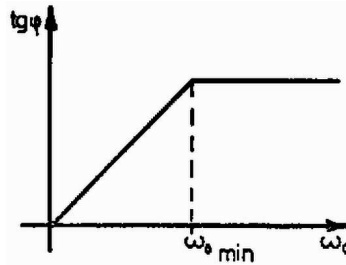
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{v_x}{v_y} = \frac{\mu_k(1+c)\sqrt{2gh}}{c\sqrt{2gh}} = \mu_k \frac{(1+c)}{c},$$

azaz a  $\varphi$  szög  $\omega_0$ -tól is,  $h$ -tól is független.

2. eset. Az előzőhöz hasonló módon eljárva:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{v_x}{v_y} = \frac{\Theta \omega_0 R}{\Theta + mR^3} \cdot \frac{1}{c\sqrt{2gh}} = \frac{2\omega_0 R}{7c\sqrt{2gh}},$$

azaz  $\operatorname{tg} \varphi$  fordítottan arányos  $\sqrt{h}$ -val, míg  $\omega_0$ -lal egyenesen arányos.



3. ábra

A 3. ábrán grafikusán ábrázoltuk  $\operatorname{tg} \varphi$  függését  $\omega_0$ -tól mindkét esetet figyelembe véve. Az eddigiek alapján  $\omega_0$  minimális értéke könnyen meghatározható:

$$\omega_{0_{min}} = \frac{\mu_k(1+c)\sqrt{2gh}}{R} \left[ \frac{mR^2}{R} + 1 \right] = \frac{7\mu_k(1+c)\sqrt{2gh}}{2R}.$$

*A második ütközési pont távolságának kiszámítása*

1. eset. A golyó emelkedési és esési ideje:

$$t_e = 2 \frac{v_y}{g} = \frac{2c\sqrt{2gh}}{g} = 2c\sqrt{\frac{2h}{g}},$$

így a kívánt távolság:

$$d_1 = v_x t_e = \mu_k(1+c)\sqrt{2gh} \cdot 2c\sqrt{\frac{2h}{g}} = 4\mu_k(1+c)c \cdot h,$$

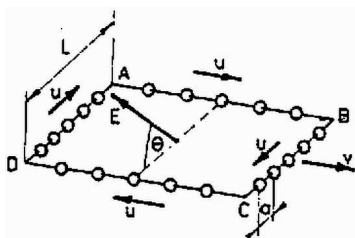
ami  $\omega_0$ -tól nem függ.

2. eset. A  $t_e$  emelkedési és esési idő ebben az esetben is ugyanakkora, míg  $v_x$  kifejezése eltérő. Így a kívánt távolság:

$$d_2 = v_x t_e = \frac{\Theta\omega_0 R}{mR^2 + \Theta} \cdot 2c\sqrt{\frac{2h}{g}} = \frac{4}{7}c\sqrt{\frac{2h}{g}}R\omega_0.$$

Ebben az esetben a második ütközési pont távolsága  $\omega_0$ -val egyenesen arányos.

**2. feladat.** Egy négyzet alakú hurkon, amelynek minden oldala  $L$  hosszúságú, nagyszámú elhanyagolható méretű, egyenként  $q$  töltésű golyó mozog nagyon gyorsan,  $u$  sebességgel, miközben a köztük lévő távolság minden esetben „ $a$ ” a hurokhoz rögzített koordináta-rendszerből nézve. A golyók úgy vannak a hurokra felfűzve, mint a gyöngyök egy nyakláncra, továbbá  $L$  sokkal nagyobb, mint „ $a$ ” (lásd a 4. ábrát). A hurkot alkotó elektromosan nem vezető huzal olyan homogén töltéssűrűséggel rendelkezik, amely tökéletesen semlegesíti a golyók teljes töltését.



4. ábra

Tekintsük azt az esetet, amikor a hurok az  $AB$  oldallal párhuzamosan  $v$  sebességgel mozog egy olyan tartományban, ahol a hurok sebességére merőleges  $E$  térerősségű homogén elektromos mező van. A hurkot mindvégig egy olyan síkban mozgatjuk, amely  $\Theta$  szöget zár be az  $E$  térerősség irányával.

A relativisztikus effektusokat figyelembe véve, számítsd ki a következő mennyiségeket egy olyan megfigyelő vonatkoztatási rendszeréhez képest, aki a hurkot a fenti  $v$  sebességgel mozgónak látja:

a) A golyók közti távolságokat a hurok minden egyes oldalára:

$$a_{AB}, a_{BC}, a_{CD}, \text{ és } a_{DA}.$$

b) Az eredő töltés értékét (hurok és golyók) a hurok minden egyes oldalára:

$$Q_{AB}, Q_{BC}, Q_{CD} \text{ és } Q_{DA}.$$

c) Az elektromos hatásokból létrejövő  $M$  forgatónyomatékat, amely a hurkot a golyókkal együtt forgatni igyekszik.

d) A  $W$  energiát, amely a huroknak, illetve a golyóknak az elektromos mezővel való elektrosztatikus kölcsönhatásból származik.

Minden egyes választ a feladat adataival (jelölésével) kell megadni!

*Útmutatás:* Egy test elektromos töltése független attól a vonatkoztatási rendszertől, amelyben megmérjük értékét. A feladatban a sugárzási hatásokat elhanyagolhatjuk.

A speciális relativitáselmélet néhány formulája:

1. Tekintsük az  $S'$  vonatkoztatási rendszert, amely  $v$  sebességgel mozog egy másik  $S$  vonatkoztatási rendszerhez képest. A rendszerek tengelyei párhuzamosak.  $v$  iránya az  $x$  tengely pozitív irányával egyezik meg. Ha egy részecske az  $S'$ -ben mérve  $u'$  sebességgel mozog az  $x'$  irányban, akkor a részecske  $S$ -ben mért sebessége:

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2},$$

továbbá mozgásának iránya  $x$ -tengely menti (ez a relativisztikus sebességösszeadás).

2. Ha egy test hossza nyugalomban  $L_0$ , akkor amint egy megfigyelőhöz képest  $v$  sebességgel mozog  $L_0$  irányában, ez a megfigyelő a következő  $L$  hosszat méri:

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

**Megoldás.**

a) Két relativisztikus hatást kell figyelembe venni: a Lorentz-kontrakciót és a relativisztikus sebességösszeadást. Abban a koordináta-rendszerben, melyben a golyók nyugalomban vannak,  $a_{ny}$  távolságuk egymástól így adható meg:

$$a_{ny} = \frac{a}{\sqrt{1 - u^2/c^2}},$$

ami a hurok mindegyik oldalára érvényes. A nyugvó megfigyelő az  $AB$  oldalon mozgó golyók sebességét  $u_{AB}$ -nek látja:

$$u_{AB} = \frac{v + u}{1 + uv/c^2},$$

így a golyók közti távolság a megfigyelő rendszerében:

$$a_{AB} = \sqrt{1 - \frac{u_{AB}^2}{c^2}} \cdot a_{ny} = \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + uv/c^2} \cdot a.$$

A  $CD$  oldal esetén a számítás a fentiekkel azonos módon történik, azzal a különbséggel, hogy ekkor  $u$  előjelet vált  $v$ -hez képest. A megfigyelő a  $CD$  oldalon a golyók távolságát

$$a_{CD} = \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - uv/c^2} a$$

értékűnek látja.

Mivel a keret a megfigyelőhöz képest  $AD$ , illetve  $BC$  irányban nem mozdul el, így:

$$a_{BC} = a_{DA} = a.$$

b) A hurokhoz rendelt vonatkoztatási rendszerben bármely oldalra, az oldalt alkotó huzal töltése:

$$Q_{\text{huzal}} = -\frac{L}{a}q,$$

hiszen az egyes oldalakon lévő golyók száma  $L/a$ . Mivel a töltés relativisztikus invariáns, ez az érték bármely oldalra ugyanakkora a megfigyelő rendszerében is. A megfigyelő az  $AB$  oldalt  $\sqrt{1 - v^2/c^2} \cdot L$  hosszúságúnak látja, ahol a golyók távolsága  $a_{AB}$ , így az  $AB$  oldalon lévő golyók töltése a nyugvó vonatkoztatási rendszerben:

$$Q_{AB, \text{ golyók}} = \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2} \cdot L}{a_{AB}} \cdot q = \left(1 + \frac{uv}{c^2}\right) \frac{L}{a}q,$$

illetve az  $AB$  oldalon lévő eredő töltés:

$$Q_{AB} = \frac{uv}{c^2} \frac{L}{a}q.$$

Ugyanezt az eljárást követve, a  $CD$  oldal eredő töltése

$$Q_{CD} = -\frac{uv}{c^2} \frac{L}{a}q.$$

A  $BC$  és  $DA$  oldalakon lévő golyók töltése:

$$Q_{BC, \text{ golyók}} = Q_{DA, \text{ golyók}} = Lq/a,$$

így ezeken az oldalakon az eredő töltés:

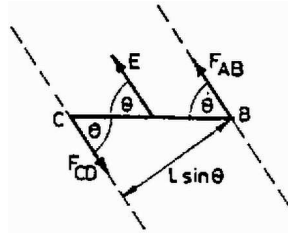
$$Q_{BC} = 0 \quad \text{és} \quad Q_{DA} = 0.$$

c) Az  $AB$  oldalra ható elektrosztatikus erő

$$\vec{F}_{AB} = Q_{AB} \vec{E} = (uv/c^2) \frac{L}{a} q \vec{E},$$

míg a  $CD$  oldalra ható elektromos erő

$$\vec{F}_{CD} = Q_{CD} \vec{E} = (uv/c^2) \frac{L}{a} q \vec{E}.$$



5. ábra

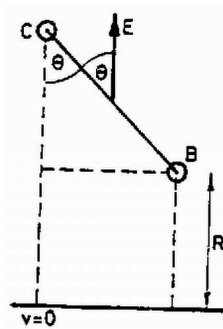
A fenti két erő erőpárt alkot, melynek forgatónyomatéka az 5. ábrának megfelelően

$$M = |\vec{F}_{AB}|L \cdot \sin \Theta = \frac{uv}{c^2} \frac{L^2}{a} |q| |\vec{E}| \cdot \sin \Theta.$$

d) Ha az  $AB$  és  $CD$  oldalak elektrosztatikus potenciáljai rendre  $U_{AB}$  és  $U_{CD}$ , akkor a  $W$  kölcsönhatási energia

$$W = U_{AB}Q_{AB} + U_{CD}Q_{CD}.$$

Rögzítsük a potenciál null-értékét ( $U = 0$ )  $\vec{E}$ -re merőlegesen az  $AB$  oldaltól tetszőleges  $R$  távolságban (lásd a 6. ábrát).



6. ábra

Ekkor

$$W = -ERQ_{AB} - E(R + L \cdot \cos \Theta)q_{CD}.$$

Mivel

$$Q_{CD} = -Q_{AB},$$

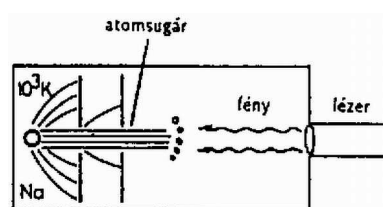
így

$$W = ELQ_{AB} \cdot \cos \Theta = \frac{uvL^2qE}{c^2a} \cdot \cos \Theta.$$

### 3. feladat. Atomok hűtése lézerrel

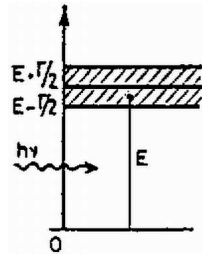
Különálló atomok tulajdonságainak nagy pontosságú vizsgálatához az atomokat csaknem nyugalomban kell tartani bizonyos ideig a tér egy kis tartományában. Ennek elérésére a közelmúltban új módszert dolgoztak ki, amit „lézerhűtés”-nek hívnak. A feladat ezzel kapcsolatos.

Egy vákuumkamrában egy erősen kollimált (párhuzamosított)  $\text{Na}^{23}$  atomokból álló sugarat (melyet egy  $10^3$  K hőmérsékletű térben párologtatással kapunk) szemből megvilágítunk egy nagy intenzitású lézersugárral (7. ábra).



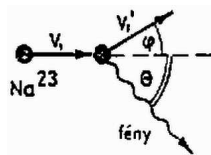
7. ábra

A lézer frekvenciáját úgy választjuk meg, hogy fotonjai rezonancia-abszorpcióba kerüljenek azokkal az atomokkal, amelyeknek sebessége  $v_0$ . A fény abszorpciójakor (elnyelésekor) az atom az első gerjesztett energiaszintre kerül, amelynek energiája  $E$  és szélessége  $\Gamma$  (8. ábra). Az atom sebessége a következőképpen változik meg:  $\Delta v_1 = v_1 - v_0$ .



8. ábra

Ezután az atom újra fényt sugároz ki, így alapállapotba tér vissza, sebessége  $\Delta v' = v'_1 - v_1$  értékkel, míg mozgásának iránya  $\varphi$  szöggel változik (9. ábra).



9. ábra

Az elnyelődések és kisugárzások egymást követő fenti eseményei nagyon sokszor megisméltődnek, egészen addig, amíg az atomok sebessége egy adott  $\Delta v$  értékkel meg nem változik úgy, hogy a rezonancia-abszorpció  $\nu$  frekvenciájú fényel tovább már nem mehet végbe. Ekkor szükségessé válik a lézer frekvenciájának olyan megváltoztatása, hogy a rezonancia-abszorpció az új sebesség mellett is lejátszódjon, és ezt egészen addig kell folytatni, amíg az atomok közül néhányának a sebessége csaknem zérussá válik.

A folyamat első közelítésében elhanyagolhatunk minden más atomi kölcsönhatási folyamatot a spontán abszorpción (elnyelődésen), illetve kisugárzáson kívül. Továbbá feltehetjük, hogy a lézer intenzitása olyan nagy, hogy az atomok gyakorlatilag nem töltenek időt alapállapotban.

Adatok:

$$E = 3,36 \cdot 10^{-19} \text{ J}, \quad \Gamma = 7,0 \cdot 10^{-27} \text{ J}, \quad c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s},$$

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}, \quad k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K},$$

ahol  $c$  a fény sebessége;  $h$  a Planck-állandó,  $k$  a Boltzmann-állandó és  $m_p$  a proton tömege.

**Kérdések:**

- Mekkora legyen a lézer  $\nu$  frekvenciája, hogy biztosítsuk a fény rezonancia-abszorpcióját azoknak az atomoknak az esetében, amelyek mozgási energiája a kollimátor mögötti térben párolgó atomok átlagos mozgási energiájával egyezik meg? Mekkora ezeknek az atomoknak a  $\Delta v_1$  sebességváltozása az első elnyelődési folyamat után?
- Mekkora  $\Delta v_0$  sebességintervallumban vannak azok az atomok, amelyek fényt abszorbeálnak az a) kérdésben kiszámított frekvencia esetén?
- Egyetlen kisugárzási esemény esetén mekkora az eredeti irányhoz képesti  $\varphi_m$  maximális szögeltérés?
- Mekkora a sebességcsökkenés  $\Delta v$  határértéke a  $\nu$  frekvencia megváltozása nélkül?
- Hozzávetőlegesen add meg az elnyelődési-kisugárzási eseményeknek az  $N$  számát, amely szükséges ahhoz, hogy egy egyenes mentén haladó, és (az a) kérdésben említett)  $v_0$  sebességű atom sebessége csaknem zérusra csökkenjen!
- Mekkora  $\Delta t$  idő alatt játszódik le az utóbbi folyamat? Mekkora  $\Delta s$  távolságot tesz meg ennyi idő alatt az atom?

**Megoldás**

a) A kollimátort elhagyó atomok átlagos mozgási energiájából a következő  $v_0$  sebességet határozhatjuk meg:  $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{3}{2}kT$ , amiből

$$v_0 = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \approx 1,04 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Mivel  $v_0 \ll c$ , így elhanyagolhatjuk a relativisztikus effektusokat.

A fénysugarat alkotó fotonok energiája  $h\nu$ , impulzusuk  $h\nu/c$ . Alkalmazzuk az energia- és az impulzusmegmaradás törvényét a laboratóriumi vonatkoztatási rendszerben az elnyelődési folyamatra:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + h\nu = \frac{1}{2}mv_1^2 + E; \quad mv_0 - \frac{h\nu}{c} = mv_1,$$

amiből

$$\Delta v_1 = v_1 - v_0 = -\frac{h\nu}{mc},$$

továbbá

$$\frac{1}{2}m(v_1^2 - v_0^2) = h\nu - E,$$

amiből

$$\frac{1}{2}m(v_1 + v_0)(v_1 - v_0) = h\nu - E.$$

Felhasználva, hogy  $h\nu \ll mv_0$ , így  $v_1 \approx v_0$ , a fenti egyenlet így egyszerűsíthető:

$$mv_0\Delta v_1 = h\nu - E,$$

ahol feltettük, hogy  $v_1 + v_0 \approx 2v_0$ .

Ezeknek az egyenleteknek a felhasználásával

$$\nu = \frac{E/h}{1 + v_0/c} \approx 5,0 \cdot 10^{14} \text{ Hz.}$$

illetve

$$\Delta v_1 = -\frac{E}{mc} \frac{1}{1 + v_0/c} \approx -3,0 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) Rögzített  $\nu$  frekvencia esetén:

$$v_0 = c \left( \frac{E}{h\nu} - 1 \right).$$

Ha  $E$  bizonytalansága  $\Gamma$ ,  $v_0$  bizonytalansága  $\Delta v_0$  lesz:

$$\Delta v_0 = \frac{c\Gamma}{h\nu} = \frac{c\Gamma(1 + v_0/c)}{E} \approx \frac{c\Gamma}{E} = 6,25 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

így azok az atomok nyelnek el fotonokat, melyek sebessége a következő intervallumba esik:

$$(v_0 - \Delta v_0/2, v_0 + \Delta v_0/2).$$

c) Írjuk fel kisugárzás esetén is az energia- és az impulzusmegmaradás törvényét:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_1^2 + E &= \frac{1}{2}mv_1'^2 + h\nu', \\ mv_1 &= mv_1' \cos \varphi + \frac{h\nu'}{c} \cos \Theta, \\ 0 &= mv_1' \sin \varphi - \frac{h\nu'}{c} \sin \Theta, \end{aligned}$$

ahol  $\nu'$  a kisugárzott foton frekvenciája. Az atom  $\varphi$  szögeltérése akkor maximális, ha  $\Theta = \frac{\pi}{2}$ , vagyis

$$mv_1 = mv_1' \cdot \cos \varphi_m \quad \text{és} \quad \frac{h\nu'}{c} = mv_1' \cdot \sin \varphi_m,$$

amiből

$$\text{tg } \varphi_m = \frac{h\nu'}{mv_1c}.$$

Mivel

$$\nu' \approx \nu, \quad \text{így} \quad \text{tg } \varphi_m \approx \frac{E}{mv_1c},$$

amiből

$$\varphi_m \approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ rad.}$$

d) Az atomok sebességének csökkenésekor a rezonancia-elnyelődéshez szükséges frekvenciának növekednie kell a már megismert  $\nu = \frac{E/h}{1 + v_0/c}$  összefüggésnek megfelelően. Ha a sebesség  $v_0 - \Delta v$ , az elnyelődés az energiaszint alsó részén akkor marad csak lehetséges, ha:

$$h\nu = \frac{E - \Gamma/2}{1 + (v_0 - \Delta v)/c} = \frac{E}{1 + v_0/c},$$

amiből

$$\Delta v = \frac{c\Gamma}{2E}(1 + v_0/c) = 3,12 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

e) Ha minden elnyelődési–kisugárzási esemény  $\Delta v_1 \approx -\frac{E}{mc}$  értékkel változtatja meg a sebességet, akkor ahhoz, hogy a  $v_0$  sebesség csaknem nullára csökkenjen

$$N = \left| \frac{v_0}{\Delta v_1} \right| \approx \frac{mcv_0}{E} \approx 3,56 \cdot 10^4$$

esemény szükséges.

f) Ha az elnyelődés pillanatszerű, akkor a folyamathoz szükséges időt a spontán kisugárzás határozza meg. Az atom a Heisenberg-féle határozatlansági reláció idő–energia összefüggésének megfelelően bizonyos ideig gerjesztett marad:  $\tau = h/\Gamma$ . Így a kívánt idő:

$$\Delta t = N\tau = \frac{Nh}{\Gamma} = \frac{mchv_0}{\Gamma E} \approx 3,37 \cdot 10^{-3} \text{ s}.$$

Az ezalatt megtett távolság  $\Delta s = v_0\Delta t/2$ , feltéve, hogy a mozgás egyenletesen lassuló. Így:

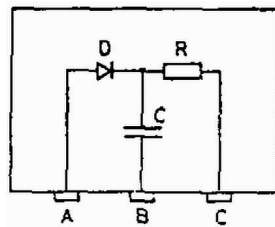
$$\Delta s = \frac{1}{2} \frac{mchv_0^2}{\Gamma E} \approx 1,75 \text{ m}.$$

### Kísérleti feladat.

A versenyzőknek egy három kivezetésű fekete dobozt kellett vizsgálniuk, meg kellett állapítaniuk, mi van benne, milyen a kapcsolási rajz, melyek az egyes áramköri elemek jellemző értékei és milyen mérési pontossággal tudják ezt meghatározni. A méréshez változtatható egyenfeszültségű tápegység, két mérőműszer, adott ellenállások, adott értékű kondenzátor, stopperóra stb. álltak rendelkezésre.

A feladat szövege tartalmazta azt a segítséget, hogy három különböző áramköri elem van a dobozban, melyek a következő négy típusból kerülhetnek ki: telep, ellenállás, kondenzátor, félvezető dióda.

A helyes kapcsolási rajzot a 10. ábra mutatja.



10. ábra