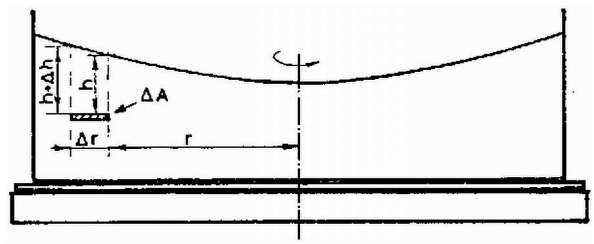
1. *Lemezjátszó korongjának közepére helyezett tálban víz van. A vízen egy pingponglabda úszik. Mi történik a pingponglabdával, miután megindítottuk a lemezjátszót?*

Megoldás. Miután megindítottuk a lemezjátszót, a tálban a víz a koronggal együtt forog. A közel azonos szögsebességet a víz belső súrlódása biztosítja. A viszonylag alacsony fordulatszám miatt turbulencia nem lép fel.



1. ábra

A felület közelítőleg forgásparaboloid alakú, amint az – inerciarendszerből –nézve az alábbi módon látható:

$$F = m \cdot a,$$

s ezt az összefüggést egy kicsiny ΔA alapterületű, Δr „magasságú” folyadékdarabkára alkalmazva

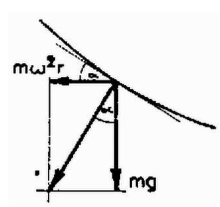
$$[\varrho g(h + \Delta h) - \varrho g h]\Delta A = \Delta A \cdot \Delta r \cdot \varrho \cdot \omega^2 r.$$

Egyszerűsítések után:

$$g \cdot \Delta h = \omega^2 r \cdot \Delta r,$$
$$\frac{\Delta h}{\Delta r} = \frac{\omega^2 r}{g}.$$

A bal oldalon – határátmenetben – az érintő meredeksége áll; a vízszintessel bezárt hajlásszöggel kifejezve

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\omega^2 r}{g}.$$



2. ábra

Ezt az összefüggést közvetlenül is megkaphatjuk, ha gyorsuló (ω szögsebességgel forgó) koordinátarendszerből írjuk le a jelenséget. Felhasználva, hogy a folyadék szabad felülete minden pontjában merőleges az ott ható külső erők eredőjére:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\omega^2 r}{g}.$$

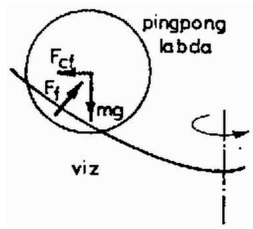
A görbe meredekségét ismerve integrálással kaphatjuk meg a görbe egyenletét:

Ha $$y' = \frac{\omega^2}{g}x, \text{ akkor } y = \frac{\omega^2}{2g}x^2,$$

amennyiben az origó a görbe legalsó pontja. A parabola $y = c \cdot x^2$ egyenletét kaptuk, tehát a felület valóban forgásparaboloid.

Vizsgáljuk meg a vízen úszó pingponglabdára ható erőket! A jelenséget a továbbiakban végig az ω szögsebességgel forgó koordinátarendszerben írjuk le, de megkülönböztetünk egymástól két esetet aszerint, hogy figyelembe vesszük-e a levegő közegellenállását, vagy sem.

Először tekintsünk el a levegő közegellenállásától. Ekkor a pingponglabdára háromféle erő hat:



3. ábra

1. A nehézségi erő (mg); koncentrálható a pingponglabda tömegközéppontjába.

2. A centrifugális erő ($\mathbf{F}_{cf}$) ugyancsak a pingponglabda középpontjába koncentrálható (ezt az állítást azonban még be kell bizonyítanunk).

3. A felhajtóerő ($\mathbf{F}_f$) a kiszorított víz volt tömegközéppontjába koncentrálható.

A pingponglabdára ható erők eredőjének meghatározásához bontsuk fel a felhajtóerőt is függőleges és vízszintes összetevőkre. Mekkora a vízszintes összetevő? Amekkora a kiszorított vízre ható centrifugális erő volt. A kiszorított víz tömege jó közelítéssel megegyezik a pingponglabda tömegével. (Egyensúly esetén egyezne meg vele pontosan.) Írhatjuk tehát:

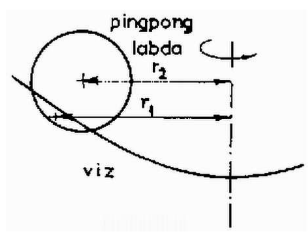
$$F_{f\text{vízsz.}} = m\omega^2 r_1,$$

ahol r_1 jelenti a kiszorított víz volt tömegközéppontjának távolságát a forgástengelytől.

A pingponglabdára ható centrifugális erő nagysága:

$$F_{cf} = m\omega^2 r_2,$$

ahol r_2 a labda középpontjának távolsága a forgástengelytől (*4. ábra*).



4. ábra

Igen ám, de

$$r_2 < r_1,$$

hiszen a labda kiemelkedik a ferde vízfelületből, s ezért középpontja közelebb van a forgástengelyhez, mint a vízbe merülő részé!

A pingponglabdára tehát egy „befelé” mutató eredő erő hat mindaddig, amíg csak a labda be nem úszik középre. Ezután ott marad, egyensúlyi helyzete stabilis lesz.

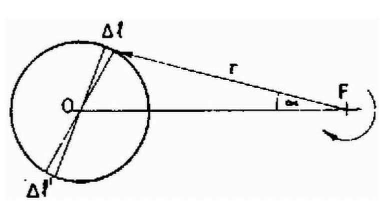
Hátra van még annak bizonyítása, hogy a labdára ható centrifugális erő a labda középpontjába koncentrálható, pontosabban a centrifugális erő nagysága és iránya ugyanakkora, mintha a labda teljes tömege a tömegközéppontban volna.

A bizonyítást Bodor András versenynyertes dolgozatából idézzük, aki egy szellemes ötlettel egyszerűsítette le ezt az első pillanatra bonyolultnak látszó problémát.

„Vágjuk fel a labdát a forgástengelyre merőleges síkokkal vékony körgyűrűkre. Elég belátnunk, hogy akármelyik gyűrűre ható centrifugális erő nagysága

$$R\omega^2 m_{\text{gyűrű}},$$

ahol R a gyűrű középpontjának és a forgástengelynek a távolsága



5. ábra

Osszuk fel a gyűrűt n darab kis Δl hosszú részre; legyen az egységnyi hosszú kerületdarab tömege p. Ekkor a gyűrűre ható centrifugális erő:

$$\mathbf{F}_{cf} = \sum \Delta l \varrho \mathbf{r} \omega^2.$$

Az nyilvánvaló, hogy ez az összeg a középpontot a forgástengellyel összekötő egyenessel (OF) párhuzamos lesz, ezért elég az összegzéskor csak az OF egyenessel párhuzamos komponensek összegét venni:

$$F_{cf} = \sum \Delta l \varrho r \cos\alpha \cdot \omega^2.$$

Vegyünk most egy kis Δl szakaszt és ennek a gyűrű középpontjára vett tükörképét, $\Delta l'$-t. Ezek hossza egyenlő. A kettejükre ható centrifugális erők összege

$$F_{cf1,2} = \Delta l \varrho \omega^2 (r_1 \cos\alpha_1 + r_2 \cos\alpha_2).$$

Mivel $r_1 \cos\alpha_1 + r_2 \cos\alpha_2 = 2\overline{OF} = 2R$, így párosával véve a kis Δl szakaszokat

$$F_{cf} = \sum^{n} \Delta l \varrho \omega^2 r \cos\alpha = \sum^{n/2} \Delta l \varrho \omega^2 \cdot 2R = R\omega^2 \varrho \sum^{n/2} 2\Delta l = R\omega^2 \cdot m.$$

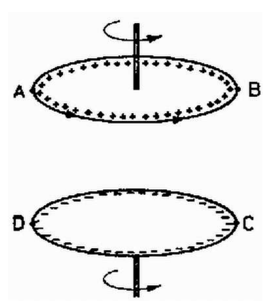
Tehát a pingponglabdára ható centrifugális erő valóban $R\omega^2 m$."

Megjegyezzük, hogy a centrifugális erő nagysága akármilyen alakú test esetében az össztömeg és a tömegközéppont helyzetének megfelelő $R\omega^2$ gyorsulás szorzata; ez következik az inerciarendszerben megfigyelhető mozgásra felírható tömegközépponttételből. A centrifugális erő hatásvonala azonban általában nem megy át a tömegközépponton.

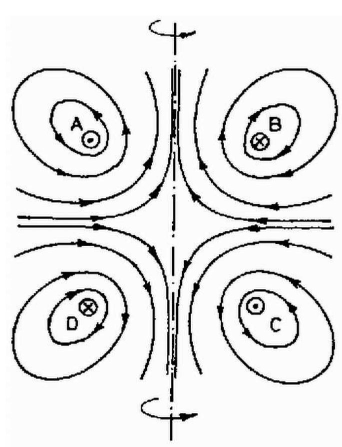
Végül vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor nem tekinthetünk el a levegő közegellenállásától. A levegő nem forog együtt a rendszerrel, ezért fékezi a labdát. A labda szögsebessége kisebb, mint a kiszorított víz szögsebessége volt. Ezáltal a centrifugális erő még kisebb, mint a közegellenállás nélküli esetben, s a labdára ható Coriolis erő (mivel a labda most mozog a forgó vízhez képest) ugyancsak befelé mutat. Még hamarabb, még gyorsabban úszik be középre a pingponglabda.

2. *Vízszintes helyzetű körlemezekből álló síkkonderzátort feltöltünk. A kondenzátor közelében a lemezek közti távolságot felező vízszintes síkban kis iránytűt helyezünk el. Ezután a kondenzátort a függőleges szimmetriatengely körül forgásba hozzuk. Megmozdul-e az iránytű, s ha igen, merre?*

Megoldás. A kondenzátoron lévő töltéseket körmozgásra kényszerítjük azáltal, hogy a kondenzátort megforgatjuk. Lehet, hogy a töltéssűrűség kifelé haladva kissé nőni fog, ez azonban semmit sem változtat azon a tényen, hogy lényegében szimmetrikus köráramok (*6.ábra*) mágneses terének eredőjét kell meghatároznunk.



6. ábra



7. ábra

A *7. ábrán* két ilyen szimmetrikus köráram eredő mágneses terének B-vonalait ábrázoltuk egy, a forgástengelyen átmenő, függőleges síkban. Minden B-vonal benne van egy-egy, a forgástengelyen is átmenő függőleges síkban. Ezen síkok közül választottunk ki egyet az ábrán.

A lemezek közötti távolságot felező vízszintes síkban, a kondenzátor közelében helyezkedik el az iránytű. Szimmetria okok miatt az áramokból származó $\mathbf{B}$ vektor ezen a helyen pontosan a forgástengely felé mutat (ez látható az ábrán megrajzolt esetben), vagy ezzel az iránnyal éppen ellentétes, ha akár a töltések előjele, akár a forgásirány az ábrán felrajzolthoz képest ellentétes.

A kondenzátor mozgó töltéseinek fenti mágneses tere a földi mágneses térre szuperponálódik, azt elvileg módosítja. (Gyakorlatilag csak kevéssé, ezért a jelenséget iskolai körülmények között nem lehet megfigyelhetővé tenni.)

Az iránytű, amely a földi mágneses térnek megfelelően állt be, biztosan nem mozdul meg a kondenzátor megforgatásakor, ha a mozgó töltésektől származó $\mathbf{B}$ az iránytű helyén a földi $\mathbf{B}$-vel pontosan megegyező vagy ellentétes irányú. Minden más esetben az eredő $\mathbf{B}$ a földi $\mathbf{B}$-től némileg eltérő irányú, ezért az iránytűnek elvileg el kell fordulnia, hogy beállhasson az eredő $\mathbf{B}$ irányába.

3. *Vízben szuszpendált, $d = 0,5$ μm átmérőjű gömb alakú részecskék termikus egyensúlyi eloszlását vizsgáljuk mikroszkópon keresztül. A mikroszkóp tubusa függőleges. A részecskék anyagának sűrűsége* 1040 kg/m^3*, a hőmérséklet* 23 °C*. A mikroszkóp mélységélessége kicsi, mindig csak egy igen vékony vízrétegben lévő részecskék láthatóak élesen. Mennyivel kell lejjebb süllyeszteni a mikroszkóp tubusát, hogy kétszer annyi részecskét lássunk?* A víz törésmutatója $n = 1{,}33$.

Megoldás. Mivel a részecskék átmérője a látható fény hullámhosszával azonos nagyságrendű, ezért egy-egy részecske éles képe a mikroszkóp sötét látóterében egy-egy világító pont.

A részecskék magasság szerinti eloszlása az állandó hőmérsékletű vízben Boltzmann-eloszlás lesz. Ennek megfelelően a h_1 és h_2 magasságban elhelyezkedő részecskék átlagos számának aránya:

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-[E(h_2)-E(h_1)]/(kT)}.$$

Hogyan lehet meghatározni a h magasságban lévő részecske $E(h)$ potenciális (magassági) energiáját? Vegyük figyelembe, hogy a részecskére nem csak a nehézségi erő, hanem a felhajtóerő is hat. Ekkor

$$E(h) = (\varrho - \varrho_{\text{víz}})Vgh, \qquad V = \frac{4}{3}r^3\pi = \frac{1}{6}d^3\pi.$$

A fenti egyenletekből a $\Delta h = h_1 - h_2$ magasságkülönbség:

$$\Delta h = \frac{6kT \cdot \ln(N_2/N_1)}{(\varrho - \varrho_{\text{víz}}) \cdot d^3\pi g}\,.$$

A mikroszkóp tubusát azonban nem kell ennyivel lejjebb süllyeszteni, mivel vízbe kell nézni. (A vízben lévő tárgyak „felemelkedve” látszanak.)

A helyes válasz:

$$\Delta h' = \frac{\Delta h}{n}\,.$$

Adatok: $N_2/N_1 = 2$, $\varrho = 1040$ kg/m^3, $d = 5 \cdot 10^{-7}$ m, $g = 9{,}81$ m/s^2, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $T = 296$ K, $n = 1{,}33$.

A víz sűrűsége 23 °C-on a középiskolai fizikai táblázatokban lévő adatokból interpolációval kapható: $\varrho_{\text{víz}} = 997{,}5$ kg/m^3, de elfogadható volt az is, ha valaki a szokásos 1000 kg/m^3-rel számolt.

A helyes végeredmény (5 % pontossággal):

$$\Delta h' = 0{,}08 \text{ mm}.$$

A mikroszkóp tubusát tehát 0,08 milliméterrel kell lejjebb süllyeszteni.

A verseny végeredménye

A Versenybizottság a beérkezett 242 dolgozat átvizsgálása után az alábbi határozatot hozta:

Első díjat és 3000 Ft jutalmat kap

BODOR ANDRÁS, az ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnáziumának IV. osztályos tanulója, *Zsigri Ferenc* tanítványa.

Második díjat és egyenként 2000 Ft jutalmat kap

HORVÁTH TIBOR, a kecskeméti Katona József Gimnázium IV. osztályos tanulója, *Kocsisné Domján Erzsébet* tanítványa, valamint *ZÓKA GÁBOR*, a BME I. éves villamosmérnök hallgatója, aki Nagyatádon, az Ady Endre Gimnáziumban érettségizett, mint *Knapp Ottó* tanítványa.

Harmadik díjat és egyenként 1500 Ft jutalmat kap

EGYEDI PÉTER, a pécsi Leőwey Klára Gimnázium IV. osztályos tanulója, *Csikós Istvánné* tanítványa, *MARÓTI MIKLÓS*, a szegedi Radnóti Miklós Gimnázium IV. osztályos tanulója, *Dudás Zoltánné* tanítványa, valamint *TOKODI TAMÁS*, a JATE I. éves fizikus hallgatója, aki Szegeden, a JATE Ságvári Endre Gyakorló Gimnáziumában érettségizett, mint *Kocsis Vilmos* és *Győri István* tanítványa.

Dicséretet és egyenként 500 FT értékű könyvutalványt kap a verseny 7-13. helyezettje:

7. *HEGEDŰS PÁL*, a soproni Berzsenyi Dániel Gimnázium IV. osztályos tanulója, *Lang Jánosné* tanítványa. 8. *KISS GYULA*, a zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnázium IV. osztályos tanulója, *Pálovics Róbert* tanítványa. 9. *FALUS PÉTER*, az ELTE Ságvári Endre Gyakorló Gimnáziumának IV. osztályos tanulója, *Honyek Gyula* tanítványa. 10. *GULYÁS FERENC*, a pécsi Zipernovszky Károly Ipari Szakközépiskola IV. osztályos tanulója, *Kiss Jenő* tanítványa. 11. *CSILLING ÁKOS*, az ELTE I. éves fizikus hallgatója, aki Budapesten, a Fazekas Mihály Gimnáziumban érettségizett, mint *Horváth Gábor* tanítványa. 12. *FÖLDVÁRI ZOLTÁN*, a veszprémi Lovassy László Gimnázium IV. osztályos tanulója, *Farkas István* tanítványa. 13. *BILICS PÉTER*, a budapesti Fazekas Mihály Gimnázium IV. osztályos tanulója, *Horváth Gábor* tanítványa.

A Versenybizottság további sorrendet nem állapított meg, és ezúton is gratulál a verseny nyerteseinek.