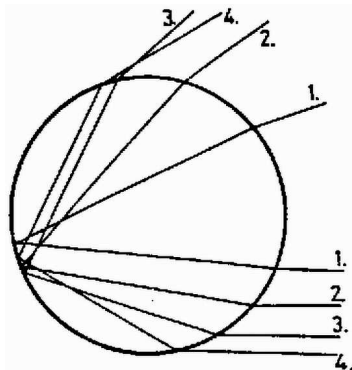


Először is foglaljuk össze azokat a tényeket, amelyek a szivárvány keletkezésében közismerten szerepet játszanak. A napfény az esőcseppek belsejébe hatol, majd újabb fénytörés után kilép a cseppekből. Mivel a víz törésmutatója, ha kis mértékben is, de függ a fény hullámhosszától (vörös fényre $n = 1,331$, míg ibolyára $n = 1,343$), így a fehér fényt alkotó színek a vízcseppekben szétválnak, a cseppekből különböző helyeken különböző irányokba lépnek ki. Bizonyos esetekben a kilépő színek nem „oltják ki” egymást, hanem éppen ellenkezőleg, az egyes színek meghatározott irányokból, felerősödve érkeznek a megfigyelőhöz. Feltételezésünk szerint az erősítés magyarázata nem igazán közismert, ezért a továbbiakban ennek részleteivel foglalkozunk. Először – Descartes nyomán – geometriai optikai magyarázatot adunk a szivárvány keletkezésére, majd vázlatosan megmutatjuk, hogy a szivárvány valójában interferenciajelenség.



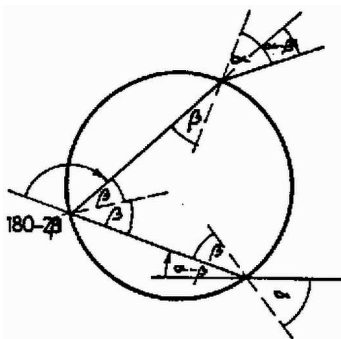
1. ábra

A geometriai optikai tárgyaláshoz egyetlen gömb alakú vízcsepp vizsgálata elegendő. A vízcsepp felszínére érkező párhuzamos sugarak egyszeres belső visszaverődés után az 1. ábrán látható módon különböző irányokba lépnek ki a cseppből. A különböző beesési szög alatt érkező párhuzamos sugarak eltérülése – mint látni fogjuk – nem lehet akármekkora, hanem létezik egy minimális eltérülési szög. Az ilyen sugármenetet Descartes tiszteletére, nevének latin változata alapján Cartesius-sugárnak nevezzük. A Cartesius sugármenet közelében haladó párhuzamos sugarak a cseppből kilépve közel párhuzamosak maradnak, vagyis ekkor erősen koncentrált, párhuzamos nyalábot kapunk, míg minden más esetben a nyaláb a cseppet elhagyva szétszóródik, a különböző színű nyalábok fehér fénné keverednek.

A főszivárványhoz teljesen hasonló módon értelmezhető a csak ritkán látható mellékszivárvány is. Ekkor a vízcseppből két belső visszaverődés után lép ki a fénysugár. Hasonlóképpen k belső visszaverődés feltételezésével értelmezhetjük a k -ad rendű szivárványokat is, melyeket laboratóriumi körülmények között kísérletileg létre is hozhatunk (például Billet-nek már 1868-ban sikerült észlelnie az első 19 szivárványt), azonban az égen kettőnél több ívet egyszerre sohasem láthatunk. (Az 1986-os londoni fizikai diákolimpia egyik kísérleti feladatában egyetlen vízcsepp segítségével kellett meghatározni több mint tíz szivárvány helyzetét.)

Ha a vízcsepre egy fénysugár α szögben esik, majd a csepp belsejében β szögben törik meg, a sugár elterülése a beesési pontban $\alpha - \beta$, amint ezt a 2. ábra mutatja. A csepp belsejében minden egyes belső visszaverődés során a sugár további $180^\circ - 2\beta$ nagyságú eltérülést szenved, végül a cseppből kilépve az utolsó eltérülés szintén $\alpha - \beta$ lesz. Így a fénysugár teljes eltérülése k belső visszaverődés után:

$$\Theta = (\alpha - \beta) + k(180^\circ - 2\beta) + (\alpha - \beta) = k \cdot 180^\circ + 2\alpha - 2(k + 1)\beta.$$



2. ábra

A Snellius-Descartes törvény alkalmazásával fejezzük ki a törési szöveget:

$$\beta = \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n}\right),$$

ahol n a víz törésmutatója. Így a teljes eltérülés szöge a beesési szög függvényében:

$$\Theta = k \cdot 180^\circ + 2\alpha - 2(k + 1)\arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n}\right).$$

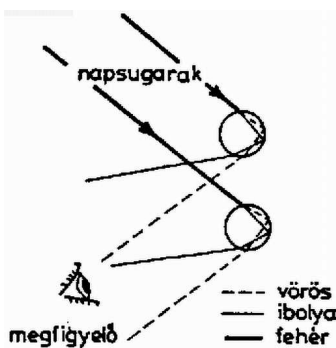
Az eltérülési szög minimumának helyzetét a beesési szög szerinti deriváltjának nulla értékénél kapjuk:

$$\frac{d\Theta}{d\alpha} = 2 - \frac{2(k + 1)}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}} \cdot \frac{\cos \alpha}{n} = 0,$$

amiből rendezés után a következő kifejezéshez jutunk:

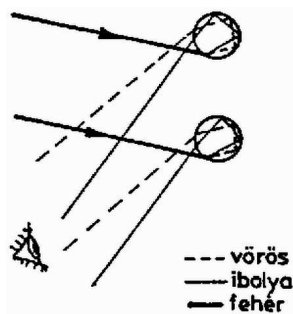
$$\cos \alpha_k = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{k(k + 2)}}.$$

Behelyettesítve a $k = 1$ és az $n = 1,33$ értékeket, a főszivárványra $\alpha_1 = 59^\circ$ -os beesési szöget, illetve $\Theta_1 = 138^\circ$ -os eltérülési szöget kapunk, míg $k = 2$ -re $\alpha_2 = 72^\circ$ és $\Theta_2 = 232^\circ$.



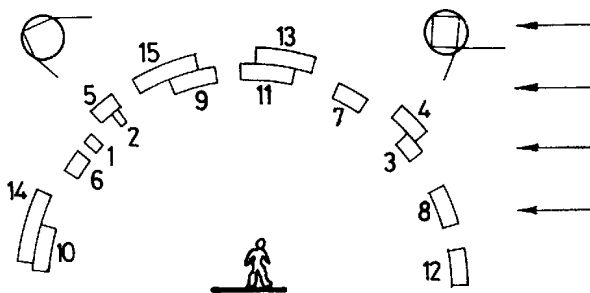
3. ábra

Mivel a szivárványt $|180^\circ - \Theta|$ alatt látjuk, így a főszivárvány szöge 42° , a mellékszivárványé 52° . Ha figyelembe vesszük a víz törésmutatójának hullámhosszfüggését, akkor a következő pontos értékeket kapjuk a főszivárvány eltérülési szögére: vörös fényre ($n = 1,331$) $137,63^\circ$, míg ibolyára ($n = 1,343$) $139,35^\circ$. Ha tehát valamely cseppből vörös fény jut a szemünkbe, akkor az alacsonyabban elhelyezkedő vízcseppek rendre narancs, sárga, zöld, kék, ibolya színt sugároznak felénk, vagyis az egymás alatt lévő cseppeket rendre a felsorolt szivárványszínekben látjuk (3. ábra).



4. ábra

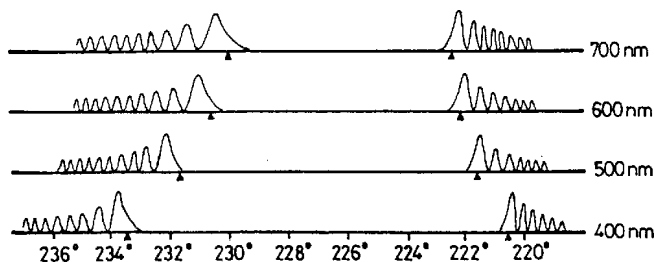
Lényegében hasonló módon keletkeznek a mellékszivárvány színei is, azonban ekkor a kétszeres belső visszaverődés miatt a színek sorrendje fordított (4. ábra). Ilyen módon meghatározható a szivárványívek szélessége is, a főszivárvány $1,72^\circ$, a mellékszivárvány $3,11^\circ$ széles. Ha az intenzitáscsökkenés nem akadályozná meg a magasabb rendű szivárványok észlelését, akkor az első 15 szivárványt lenyugvó napfényben az 5. ábrán látható elhelyezkedésben figyelhetnénk meg



5. ábra

Térjünk vissza röviden a szivárvány alapvető okára, vagyis magyarázzuk meg, hogy a minimális eltérülési szögben kilépő sugarak miért alkotnak nagy intenzitású nyalábot? Elemi úton kiszámíthatnánk a szórt intenzitás szög szerinti eloszlását, azonban helyszűke miatt erre most nincs módunk (csak a matematikai összefüggések közel egy oldalt tennének ki). A kilépő nyaláb intenzitását sok tényező befolyásolja (például a beeső nyaláb intenzitás megoszlása a megtört és a visszavert sugarak között, a fény abszorpciója, a gömbfelület okozta divergencia, stb.), a legfontosabb tényező azonban a következő: Az intenzitás vizsgálatakor a kérdés lényegében az, hogy a $\Delta\alpha$ beesési szögintervallumból érkező sugarak mekkora $\Delta\Theta$ intervallumba szóródnak, vagyis az intenzitás arányos a $\Delta\alpha/\Delta\Theta$ hányadossal. Minimális eltérés esetén α megváltozásával Θ nem változik, vagyis $\Delta\alpha/\Delta\Theta$ hányados értéke végtelenhez tart. Más szavakkal, az egyes színeknek megfelelő minimális eltérülési irányokba széles szögtartományból érkeznek sugarak, ami az így kilépő nyalábok intenzitását elvileg végtelenre növeli. Végül soron ez az oka annak, hogy a cseppből kilépő fény a szivárvány szögében a legfényesebb.

Eddigi megfontolásaink első megközelítésben helyesen magyarázzák a szivárvány keletkezését, azonban, különösen ha a csepp átmérője 2 – 3 mm-nél kisebb, több okból is szükségessé válik eddigi elméletünk pontosítása az interferenciajelenségek figyelembevételével. Így például néha előfordul, hogy a főszivárvány alatt, illetve a mellékszivárvány fölött további, úgynevezett járulékos íveket látunk. Ennek magyarázatát Young adta meg a múlt század elején, azt feltételezve, hogy maga a szivárvány interferáló sugarak főmaximuma, a járulékos ívek pedig további maximumok. Továbbá a kísérleti tapasztalatok a geometriai optikai elmélettel ellentétben azt mutatják, hogy a szivárvány szöge nem független a csepp méretétől, hanem a méret csökkenésével a fő- és a mellékszivárvány ívei kismértékben eltávolodnak egymástól.

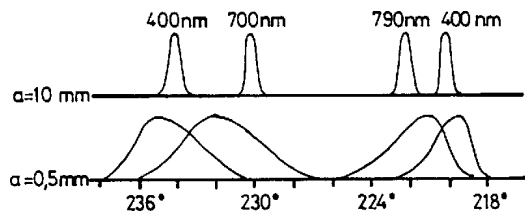


6. ábra

A hullámtani számításokat Airy végezte el. A továbbiakban gondolatmenetének lényegét vázoljuk, a részletes számítások nyomkövetésére most nincs módunk. Ha a vízcsepp felületére síkhullám érkezik, az eltérő optikai úthosszak miatt a cseppből kilépő nyaláb hullámfelülete nem maradhat sík, hanem görbültté válik. A görbült hullámfront különböző pontjaiból induló és a megfigyelő helyén találkozó hullámok között útkülönbség és fáziseltolódás lép fel; a szivárványt ott észleljük, ahol az interferenciamaximumok elég nagyok.

Airy számításaiban harmadfokú függvényvel közelítette a cseppből kilépő görbült hullámfrontot. Érdekességként jegyezzük meg, hogy számításaiban olyan integrálfüggvényt vezetett be, amely csak numerikusan határozható meg, és melyet azóta is „szivárvány-integrálnak” neveznek. A 6. ábrán Airy elméletének eredményeit szemléltetjük: különböző hullámhosszúságú színekre a fő- és a mellékszivárvány néhány maximumát tüntettük fel 1 mm sugarú cseppekre (az ábrán a főszivárványnak a $360^\circ - \Theta_1$ szöget feleltettük meg). Airy elmélete tartalmazza azt is, hogyan függ a maximumok helyzete a csepp méretétől. A 7. ábra a fő- és mellékszivárványok főmaximumainak helyzetét mutatja két hullámhossz esetén 10 mm és 0,5 mm sugarú cseppekre.

Interferenciamaximumokat kísérletileg viszonylag egyszerűen észlelhetünk egyetlen vízcseppben He-Ne lézer monokromatikus fényének használatával. Több mint tíz szivárványt figyelhetünk meg, a főszivárvány több mint száz maximumát rögzíthetjük fotolemezen! (Ilyen vizsgálatokat végzett például Farkas Csaba tanár úr egyetemi diákköri munkája során.)



7. ábra

Az interferenciamaximumokat látva „fordított” kérdés vetődhet fel: a „természetes” szivárványban leggyakrabban miért csak a főmaximumokat látjuk? Ennek legfontosabb oka az, hogy a főmaximumok intenzitása sokkal nagyobb, mint a további maximumoké. Másrészt a főmaximumok színenként viszonylag jól elkülönülnek, míg a továbbiak már keverednek, végül soron fehér fényé egyesülnek. Megfigyelték, hogy nagyon kis cseppek esetén (7. ábra) a főmaximumok is fehér fényé egyesülnek; ez az úgynevezett „fehér szivárvány”. Végezetül megjegyezzük, hogy a Nap nem

pontszerű fényforrás (kb. $0,5^\circ$ a látószöge), ami a maximumok szélesedését eredményezi, így a maximumok jobban összefolyhatnak.