

Az 1990–91. tanévi Hajós György Matematikai Tanulmányi Versenyt a Gépipari és Automatizálási Műszaki Főiskola rendezte meg Kecskeméten 1991. június 14-én és 15-én. Az idei, sorrendben tizenhatodik versenyen 15 főiskola egy-egy csapata vett részt összesen 57 versenyzővel.

A hattagú versenybizottság, amelynek elnöke az idén Dr. Reiman Istvánné főiskolai docens volt, a következő feladatokat tűzte ki:

1. Legyen az  $A$  9-cel osztható, 1991 jegyű szám. Az  $A$  számjegyeinek összege  $B$ , a  $B$  számjegyeinek összege  $C$ , a  $C$  számjegyeinek összege  $D$ . Határozzuk meg  $D$  értékét!

2. Oldjuk meg az

$$\log_a(x - a) > \log_{\frac{1}{a}}(x + a)$$

egyenlőtlenséget!

3. Az  $f : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$  függvényről a következőket tudjuk:

a)  $f$  kétszer deriválható  $\mathbf{R}$ -en;

b)  $f''(x) \geq 0$  minden  $x \in \mathbf{R}$ -re;

c)  $f$  grafikonját az  $(1; f(1))$  pontban érinti a  $g$  függvény grafikonja, ahol

$$g(x) = x^2 + 3x + 1.$$

Bizonyítsuk be, hogy minden  $x \in \mathbf{R}$ -re  $f(x) \geq 5x$ .

4. Messe az  $ABC$  háromszög  $BC$  oldalával párhuzamos egyenes az  $AB$  oldal egyenesét  $D$ , az  $AC$  oldal egyenesét  $E$  pontban! Jelöljük  $M$ -mel a  $BC$  oldal tetszés szerinti belső pontját! Legyen az  $ABC$  háromszög területe  $T$ , az  $ADE$  háromszög területe pedig  $t$ . Fejezzük ki az  $ADME$  négyszög területét  $T$ ,  $t$ -vel!

5. A sakktábla 64 mezejére sorban felírjuk a számokat 1-től 64-ig (az első sorban balról jobbra 1-től 8-ig, a másodikban 9-től 16-ig stb.). Állítsunk fel ezek után 8 bástyát a táblán úgy, hogy azok ne üssék egymást. (Minden sorban és minden oszlopban egy és csak egy bástya állhat.) Mennyi lehet a bástyák mezején levő számok összege?

Általánosítsuk a feladatot  $n \times n$ -es sakktáblára!

A csapat verseny első öt helyezettje:

1. Kandó Kálmán Villamosipari Műszaki Főiskola, Budapest

2. Kandó Kálmán Villamosipari Műszaki Főiskola, Székesfehérvár

3. Pollack Mihály Műszaki Főiskola, Pécs

4. Bánki Donát Gépipari Műszaki Főiskola, Budapest

5. Kertészeti és Élelmiszeripari Egyetem Élelmiszeripari Főiskolai Kar, Szeged

Az egyéni verseny első öt helyezettje:

1. Szűz Attila, KKVMF, Budapest

2. Héja Tibor, BDGMF, Budapest

3. Sipos Zsolt, YMÉMF, Budapest

4. Szalma Gabriella, KÉEEFK, Szeged

5. Szűcs István, KKVMF, Székesfehérvár