1991. február 15-én került sor a második előkészítő versenyre – ezúttal is „amerikai rendszerben”, azaz a 15 feladatra csak a 15 választ (pozitív egész szám) kellett leírni.

A verseny eredménye:

1. *Matolcsi Máté* III. o. t., Bp. Fazekas Gimn. 14; **2**.*Kőszegi Botond* III. o. t., Bp. Fazekas Gimn. 13; **3–5**.*Harcos Gergely* IV. o. t., Bp. Apáczai Gimn., *Pór Attila* III. o. t., Bp. Fazekas Gimn., *Szendrői Balázs* III. o. t., Bp. Fazekas Gimn. 12; **6–7** *Nagy Benedek* IV. o. t., Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., *Szalkai Ákos* IV. o. t., Bp. Fazekas Gimn. 11; **8–9**. *Lakos Gyula* III. o. t., Bp. Fazekas Gimn., *Nemes Norbert* III. o. t., Bp. Fazekas Gimn. 10 találat.

A verseny feladatai:[1]

1. Két nemnegatív egész által alkotott (m,n) rendezett számpárt „egyszerűnek” hívunk, ha m és n 10-es számrendszerbeli összeadásakor egyik helyiértéknél sincs átvitel. Hány olyan „egyszerű” (m,n) rendezett nemnegatív számpár van, amelyben $m+n=1492$?

2. Legfeljebb milyen távol lehet egymástól két pont, amelyek közül egyik a $(-2;-10;5)$ középpontú 19 sugarú, másik a $(12;8;-16)$ középpontú 87 sugarú gömb felszínén helyezkedik el?

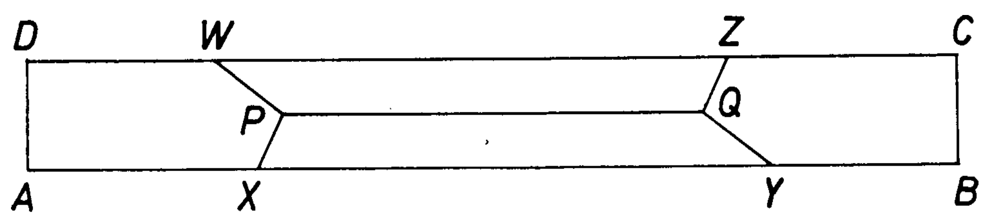
3. Egy természetes szám valódi osztóján a szám 1-től és önmagától különböző pozitív egész osztóját értjük. Nevezzünk „szép”-nek egy 1-nél nagyobb természetes számot, ha megegyezik valódi osztóinak szorzatával! Mi az első tíz „szép” szám összege?

4. Határozzuk meg az $|x-60|+|y|=|x/4|$ egyenletű görbe által határolt tartomány területét!

5. Határozzuk meg $3x^2y^2$ értékét, ha x és y olyan egészek, amelyekre

$$y^2+3x^2y^2=30x^2+517.$$

6. Az $ABCD$ téglalapot 5 szakasszal felosztottuk 4 egyenlő területű részre az *ábra* szerint. Tudjuk, hogy $XY = YB+BC+CZ=ZW=WD+DA+AX$ és PQ párhuzamos AB-vel. Milyen hosszú az AB szakasz, ha $BC=19$ és $PQ=87$?



7. Jelöljük $[r,s]$-sel az r és s pozitív egész számok legkisebb közös többszörösét! Hány olyan pozitív egészekből álló rendezett (a,b,c) számhármas van, amelyre $[a,b]=1000$, $[b,c]=2000$ és $[c,a]=2000$?

8. Melyik az a legnagyobb pozitív egész n, amelyhez pontosan egy olyan egész k van, amelyre $8/15<n/(n+k)<7/13$?

9. A B csúcsánál derékszögű ABC háromszög belsejében helyezkedik el a P pont, amelyre $PA=10$, $PB=6$, $APB\sphericalangle=BPC\sphericalangle=CPA\sphericalangle$. Mennyi a PC szakasz hossza?

10. Aladár lefelé megy egy felfelé haladó mozgólépcsőn, és amíg leér a lépcső aljára, 150 lépcsőfokot számol meg. Barátja, Béla, ugyanezen a mozgólépcsőn felfelé végighaladtában 75 lépcsőfokot számolt.

Ha Aladár haladási sebessége (lépcsőfok per időegységben) háromszorosa Béla haladási sebességének, mennyi lépcső látható a mozgólépcsőn egy adott pillanatban? (Feltehető, hogy ez a szám időben állandó.)

11. Melyik az a legnagyobb egész k, amelyre 3^{11} előáll k darab egymást követő pozitív egész összegeként?

12. Legyen m az a legkisebb pozitív egész, amelynek harmadik gyöke $n+r$ alakú, ahol n pozitív egész, r pedig $1/1000$-nél kisebb pozitív valós szám. Mi ekkor n értéke?

13. A különböző valós számokból álló $r_1, r_2, \ldots, r_n$ sorozat elemeit növekvő sorrendbe rendezhetjük a *buborékrendezés*nek hívott eljárás egy vagy több lépésének végrehajtásával. Az eljárás egy lépése során a következőképpen változtatjuk az $r_1, r_2, \ldots, r_n$ elemek sorrendjét:

Összehasonlítjuk a második és az első elemet, és pontosan akkor cseréljük fel őket, ha a második a kisebb. Ezután összehasonlítjuk a harmadik és az aktuális második elemet, és pontosan akkor cseréljük fel őket, ha a harmadik volt

[1] A végeredményeket lásd a 174.oldalon.

a kisebb. Ezt csináljuk sorra, amíg végül az n-edik elemet hasonlítjuk össze az őt aktuálisan megelőző elemmel, és pontosan akkor cseréljük fel őket, ha az n-edik elem volt a kisebb.

Az alábbi példa azt mutatja, miként rendeződik át az 1, 9, 8, 7 sorozat az 1, 8, 7, 9 sorozattá a buborékrendezési eljárás egy lépése során. Az éppen összehasonlítandó elemeket aláhúzás jelöli.

$$\begin{array}{cccc} \underline{1} & \underline{9} & 8 & 7 \\ 1 & \underline{9} & \underline{8} & 7 \\ 1 & 8 & \underline{9} & \underline{7} \\ 1 & 8 & 7 & 9 \end{array}$$

Legyen $n = 40$, és a kezdeti $r_1, r_2, \ldots, r_n$ sorozatot készítsük el úgy, hogy 40 különböző számot véletlenszerű sorrendben írunk egymás után! Legyen p/q annak a valószínűsége, hogy a sorozatban eredetileg r_{20}-ként szereplő elem a buborékrendezési eljárás első lépése után a 30-adik helyen bukkan elő (tehát 29 elem van tőle balra, 10 elem jobbra)! Határozzuk meg $p + q$ értékét, feltéve, hogy, a p/q tört tovább nem egyszerűsíthető, és p, q pozitív egészek.

14. Számoljuk ki a következő kifejezés értékét:

$$\frac{(10^4 + 324) \cdot (22^4 + 324) \cdot (34^4 + 324)(46^4 + 324) \cdot (58^4 + 324)}{(4^4 + 324) \cdot (16^4 + 324) \cdot (28^4 + 324) \cdot (40^4 + 324) \cdot (52^4 + 324)}.$$

15. Az ABC derékszögü háromszögbe az S_1 és S_2 négyzeteket írtuk be az *ábrán* látható módon. Mennyi $AC + CB$, ha S_1 területe 441, S_2 területe 440 egység?