1990. november 30-án került sor a svédországi Nemzetközi Matematikai Diákolimpiára előkészítő első versenyre. A versenyen 3 óra gondolkodási időre az alábbi 15 feladatot tűzték ki. (Minden egyes kérdésre egy-egy nem negatív, 1000-nél kisebb egész a válasz, a versenyzőknek csak ezt kellett közölniük).

A helyes válaszok a 124. oldalon találhatók. A verseny végeredménye:

1. *Pór Attila* III. (Bp., Fazekas Mihály Gimn.) 13 találat;

2 – 5. *Lakos Gyula* III., *Kőszegi Botond* III., *Szendrői Balázs* III. (Bp., Fazekas Mihály Gimn.), *Boncz András* IV. (Zalaegerszeg, Zrínyi Gimn.) 12 találat;

6 – 9. *Csörnyei Marianna* I. (Bp., Fazekas Mihály Gimn.), *Kiss István* IV. (Bp., I. István Gimn.), *Nagy Benedek* IV. (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn.), *Perlaki Tamás* III. (Debrecen, Fazekas Mihály Gimn.) 11 találat.

A verseny feladatai

1. Számítsuk ki $a_2+a_4+a_6+\ldots+a_{98}$ értékét, ha tudjuk, hogy a_1, a_2, a_3, …, 1 differenciájú számtani sorozatot alkot, és $a_1+a_2+a_3+\ldots+a_{98}=137$!

2. Legyen n az a legkisebb pozitív egész többszöröse 15-nek, amelynek számjegyei között csak a 8 és a 0 fordul elő! Mennyi $n/15$?

3. Legyen P az ABC háromszög belső pontja! Húzzunk párhuzamost P-n keresztül a háromszög oldalaival!
Az így kapott három kis háromszög, t_1 t_2 t_3 területe rendre 4, 9, ill. 49. Mennyi az ABC háromszög területe?

4. Legyen S egy – nem feltétlenül különböző – pozitív egészekből álló számsorozat, amely tartalmazza a 68-at! Az S-beli számok számtani közepe 56. Mi az a legnagyobb szám, amelyet S tartalmazhat?

5. Mennyi ab, ha $\log_8 a+\log_4 b^2=5$ és $\log_5 b+\log_4 a^2=7$?

6. Rajzoljunk a $(14;92)$, a $(17;76)$ és a $(19;84)$ pontok köré 3 egység sugarú köröket! Húzzunk a $(17;76)$ ponton át egy egyenest úgy, hogy a körökből az egyenes egyik oldalára eső részek összterülete megegyezzék az egyenes másik oldalára eső részek összterületével! Mennyi az egyenes meredekségének abszolút értéke?

7. Legyen f az egész számokon értelmezett függvény, amelyre

$$f(n)=\begin{cases} n-3, & ha \quad n\ge 1000,\\ f(f(n+5)), & ha \quad n<1000.\end{cases}$$

Mennyi $f(84)$?

8. A $z^6+z^3+1=0$ egyenletnek olyan komplex gyöke van, amelynek Θ argumentuma (szöge) 90° és 180° közé esik a komplex számsíkon. Adjuk meg Θ értékét fokokban!

9. Az $ABCD$ tetraéder AB éle 3 cm hosszú, az ABC lap területe 15 cm^2, az ABD lapé 12 cm^2. Ez a két lap egymással 30°-os szöget zár be. Hány cm^3 a tetraéder térfogata?

10. Mari megmondta Jánosnak, hány pontot ért el az egyetemi versenyen. Mari pontszáma több volt, mint 80, és János azt is ki tudta belőle számolni, hogy hány feladatot oldott meg Mari helyesen. Ha Mari ennél kevesebb, de 80-nál még mindig több pontot ért volna el, akkor János nem tudta volna ugyanezt kiszámolni. Hány pontot ért el Mari?

(Az egyetemi versenyen 30 feladat volt, a pontszámot a $30+4j-r$ képlettel számolták, ahol j a jó, r a rossz megoldások száma. A kihagyott példákért nem járt büntetés.)

11. Egy kertész három juhar-, négy tölgy- és öt nyírfát ültetett egy sorba véletlen sorrendben, mindegyik fát egyenlő valószínűséggel választva. Legyen m/n annak a valószínűsége, hogy nem került két nyírfa egymás mellé! (m/n nem egyszerűsíthető.) Mennyi $m+n$?

12. Legyen f az egész számegyenesen értelmezett függvény, melyre teljesül, hogy $f(2+x)=f(2-x)$ és $f(7+x)=f(7-x)$ minden valós x-re! Tudjuk még, hogy $x=0$ gyöke az $f(x)=0$ egyenletnek. Legalább hány gyöke van f-nek a $-1000\le x\le 1000$ intervallumban?

13. Számoljuk ki $10\cdot\text{ctg}\,(\text{arc ctg}3+\text{arc ctg}7+\text{arc ctg}13+\text{arc ctg}21)$ értékét!

14. Melyik az a legnagyobb páros szám, amely nem írható fel két pozitív összetett páratlan szám összegeként? (Egy pozitív egész szám összetett, ha van legalább egy pozitív osztója 1-en és önmagán kívül.)

15. Mennyi $x^2+y^2+z^2+w^2$, ha

$$\begin{aligned}
\frac{x^2}{2^2-1^2}+\frac{y^2}{2^2-3^2}+\frac{z^2}{2^2-5^2}+\frac{w^2}{2^2-7^2}&=1,\\
\frac{x^2}{4^2-1^2}+\frac{y^2}{4^2-3^2}+\frac{z^2}{4^2-5^2}+\frac{w^2}{4^2-7^2}&=1,\\
\frac{x^2}{6^2-1^2}+\frac{y^2}{6^2-3^2}+\frac{z^2}{6^2-5^2}+\frac{w^2}{6^2-7^2}&=1,\\
\frac{x^2}{8^2-1^2}+\frac{y^2}{8^2-3^2}+\frac{z^2}{8^2-5^2}+\frac{w^2}{8^2-7^2}&=1.
\end{aligned}$$