Litvánia meghívására egy magyar csapat is részt vett a litván városok 1990. évi matematikai csapatversenyén. A magyar csapat a következő tanulókból állt:

Álmos Attila (Budapest, Berzsenyi Dániel Gimnázium, III. o. t.)
Katz Sándor (Bonyhád, Petőfi Sándor Gimnázium, II. o. t.)
Molnár-Sáska Gábor (Budapest, Fazekas Mihály Gimnázium, II. o. t.)
Pór Attila (Budapest, Fazekas Mihály Gimnázium, III. o. t.)
Szendrői Balázs (Budapest, Fazekas Mihály Gimnázium, III. o. t.)

Kísérőnk *Pataki János* tanár úr volt.

Csapatunk október 17-én, szerdán hajnalban indult Ferihegyről. Gépünk ottani idő szerint délben érkezett meg Moszkvába. A repülőtéren eltöltött 10 unalmas óra után repültünk tovább Vilniusba, ahová éjfélkor érkeztünk meg. Itt szállásunkra, egy kollégiumba vittek bennünket, a város egyik lakótelepére.

Az első napon Kaunasba, Litvánia második legnagyobb városába mentünk. Itt a belvárosban csatangoltunk, majd egy-két múzeumot látogattunk meg. Ebédre egy étteremben hagyományos orosz és litván ételeket ettünk, amelyek ízletesek voltak.

Pénteken vilniusi városnézés volt a program. Itt is a belvárost, majd az egyetemet és a templomot néztük meg. Talán a legjobban az egyetem régi, szép épületegyüttese tetszett, amelynek 13 udvara, külön temploma, könyvtára van.

Délután még volt egy kis átmozgató „tréning" a csapat számára, itt beszéltük meg a végleges taktikákat a csapatversenyre, majd egy-két példát oldottunk meg.

A következő nap a verseny napja volt. A dolgozatot az egyetem matematikai karán írtuk, természetesen minden csapat külön teremben. Mint kiderült, ellenfelünk volt a litván városok középiskolás válogatottjain kívül a vilniusi egyetem elsőéveseinek csapata is.

Maga a verseny 10-től 2-ig tartott. A megbeszélt taktika szerint dolgoztunk. Az egyedüli gondot az okozta, hogy a feladatok megoldását angolul kellett írnunk, és ez némi nehézséget okozott. (Végül egy pár példát magyarul adtunk be. Ezek kijavításánál Pataki tanár úr segített a helybelieknek.) Az angol szövegezés jelentős hátránynak tűnt, hiszen a litván csapatok természetesen mindent a saját nyelvükön írhattak.

A verseny után az egyetemistákkal mentünk ebédelni, majd együtt felmásztunk a Trakai-hoz, Vilnius várához, amelyről csodálatos kilátás nyílt a városra. Ezután visszamentünk az egyetemre, ahol a feladatok megoldását ismertették litvánul, majd következett az eredményhírdetés. Csapatunk 107 ponttal az első helyen végzett (a pontozás viszonylag bonyolult volt: a 20 példa mindegyikére 5-5 pontot lehetett kapni, de amely példákat kevesen oldották meg, azok helyes megoldásáért plusz pont járt). Az egyetemisták 85 pontot szereztek, majd utánuk következtek a többiek. Díjátadás után egy ünnepi- és egyben búcsúvacsorát ettünk egy belvárosi vendéglőben, ahová egy helybeli matematikust is meghívtunk.

Következő reggel már utaztunk haza.

A verseny feladatai a következők voltak:

1. Keressük meg mindazon a értékeket, amelyekre az alábbi egyenlet gyökei egészek:

$$x^2-ax+5a=0.$$

2. Három természetes szám, m, n és k kielégíti a következő egyenlőtlenséget:

$$S=\frac{1}{m}+\frac{1}{n}+\frac{1}{k}<1.$$

Adjuk meg S maximális értékét.

3. Az $ABCD$ téglalap M belső pontjára $BMC\sphericalangle+AMD\sphericalangle=180^\circ$. Számítsuk ki a BMC és DAM szögek összegét.

4. Bizonyítsuk be, hogy minden $n\times n$-es négyzet ($n\in\mathbf{N}$, $n\neq 1;7;13$) összerakható 2×2-es, 3×3-as és 5×5-ös négyzetekből.

5. Egy konvex sokszög minden csúcsának koordinátái egészek, minden oldalának hossza kisebb, mint 5. Adjuk meg egy ilyen sokszög csúcsainak maximális számát.

6. Három kör kívülről érinti egymást. Bizonyítsuk be, hogy a körök érintési pontjaiban húzott érintőegyenesek egy pontban metszik egymást.

7. Keressük meg a következő egyenlet természetes megoldásait:

$$\operatorname{ctg}\frac{2\pi}{n}=\frac{1}{n}.$$

8. Bizonyítsuk be, hogy három tetszőleges háromszögből összerakható egy a) hét-, b) nyolc-, c) kilencszög. A háromszögek nem fedhetik át egymást.

9. Keressük meg a következő egyenlet racionális megoldásait:

$$x + y\sqrt{5} = \sqrt[3]{2+\sqrt{5}}.$$

10. Egy 5 egység sugarú gömb középpontja az origó. Tekintsük azt a poliédert, melynek csúcsai a gömbfelület egész koordinátájú (rács-) pontjai. Hány lapja van a poliédernek?

11. Mely valós x értékekre lesz az

$$a_n = \frac{2^2 4^2 \cdots (2n)^2}{1^2 3^2 \cdots (2n-1)^2} \cdot \frac{1}{n+x}$$

sorozat szigorúan monoton növő? Mely x-ekre lesz szigorúan monoton csökkenő?

12. Keressünk olyan α és β irracionális számokat, melyekre α^β racionális.

13. Lehet-e a $6x^2 + 17xy + 12y^2 + x + y$ $(x, y \in \mathbf{Z})$ kifejezés 100-zal egyenlő? Mely értékeket vehet fel a fenti kifejezés?

14. Az (a_n) sorozat tagjai kielégítik a következő egyenlőséget:

$$\left(a_{n-1}^2 + a_n^2\right)\left(a_n^2 + a_{n+1}^2\right) = \left(a_{n-1}a_n + a_n a_{n+1}\right)^2; \quad a_1 = 2; \quad a_2 = 3.$$

Adjuk meg a_{1990}-et.

15. Adjunk meg olyan f függvényt a valós számok halmazán, amelyre

$$f(f(x)) = 2x + 1, \quad \text{minden valós } x\text{-re.}$$

16. Három egymást páronként érintő kör mindegyike érinti egy adott szabályos háromszög 2 oldalát. Bizonyítsuk be, hogy a három kör területösszege nagyobb a beírt kör területénél.

17. Oldjuk meg a következő egyenletet:

$$\sqrt{\sin x - \sqrt{\sin x + \cos x}} = \cos x.$$

18. Oldjuk meg a következő egyenletet:

$$2x^x = \sqrt{2}.$$

19. Bizonyítsuk be a következő egyenlőtlenséget:

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{2x-3} + \sqrt{50-3x} < 12.$$

20. Milyen természetes n számra lesz az $n \cdot 1$; $n \cdot 2$; $n \cdot 3; \ldots; (n-1) \cdot n$; $n \cdot n$ számok számjegyösszege egyenlő?