1. Legyen a hatszög középpontja O, ekkor $ODEF$ rombusz, H az OE sugarat is felezi, $OH = BG$, másrészt $AOH\sphericalangle = 120° = ABG\sphericalangle$. Az A körüli $60°$-os elfordítás az ABG töröttvonaldarabot AOH-ba viszi át. Így $GAH\sphericalangle = 60°$, tehát $GH = AG = AH$.

A koszinusztétellel $AG^2 = AB^2\left(1 + \frac{1}{4} - \cos 120°\right) = \frac{7\cdot AB^2}{4}$. A két terület mértékszámának $\frac{4}{\sqrt{3}}$ szorosai AG^2 és $6\cdot AB^2$, arányuk $7 : 24$.

2. A föltevés: $27(10b + a - 10a - b) + 47 = 1001a + 110b$. Innen

$$a = \frac{47 + 133b}{1244} = 1 - \frac{1197 - 133b}{1244} \geqq 1,$$

mert a kezdő számjegy. A számláló csak 0 lehet, a keresett szám 1991.

3. A zárójelbeli kifejezés pozitív, mert (valós) logaritmusa csak pozitív számnak van. Sőt legalább 1 az értéke, különben a gyökjel alatt negatív szám állna. A tízes alapú logaritmus monoton növő függvény. Mármost $x^2+2x-15 \geqq 1$ akkor teljesül, ha vagy

$$x \leqq -1 - \sqrt{17}\ (\approx -5,123\ldots) \quad \text{vagy pedig} \quad x \geqq -1 + \sqrt{17}\ (\approx\ +3,123\ldots).$$

4. A definíció szerint az OA_{n+4} szakasz az OA_4-nek 4-szeres nagyítása az O centrumból, az $A_5A_6A_7A_8A_9$ vonalelem 4-szerese az $A_1A_2A_3A_4A_5$-nek s í.t. A kívánt vonal 25 ilyen elemből áll össze. Az első elem hossza $a_1 = 2+\sqrt{2}+2\sqrt{2}+4 = 3(2+\sqrt{2})$, a mértani sorozat összege $a_1(4^{25}-1) : (4-1) = (2+\sqrt{2}\cdot(2^{50}-1)$.

(Az eredményben a tizedes vessző előtt 16 számjegy áll.)

5. Az $a^2b = 2a^2 + 4ab$ föltevésből $ab = 2a + 4b$, hiszen a pozitív. Továbbá

$$a = \frac{4b}{b-2} = 4 + \frac{8}{b-2},$$

vagyis $(b-2)$ pozitív osztója a 8-nak, értéke $1,\ 2,\ 4,$ és 8 lehet. Az oszlop magassága $b = 3,\ 4,\ 6$ és 10 lehet, alapéle pedig rendre $a = 12,\ 8,\ 6$ és 5. A harmadik megoldás különleges négyzetes oszlop: kocka.

6. Legyen a szögek jele $\epsilon,\ \zeta,\ \eta$ és θ (tetszőleges sorrendben). Az $\epsilon+\zeta$ és $\eta+\theta$ pozitív számokra a számtani és a mértani közepek nagyságviszonya alapján, majd mivel a négyszög szögeinek összege 2π, azért

$$(\epsilon+\zeta)\cdot(\eta+\theta) \leqq \left(\frac{(\epsilon+\zeta)+(\eta+\theta)}{2}\right)^2 = \pi^2.$$

7. A következő jelölésekkel: $TA = c_1, TB = c_2$ és $TC = m$, a CP^2 és CQ^2 kifejezések közös értéke $c_1^2 + c_2^2 + m^2$.

8. Az egyenlet valós megoldásaiban

$$p = \sin^4 x + cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x\cos^2 x = 1 - \frac{\sin^2 2x}{2}.$$

A kivonandó 0 és $\frac{1}{2}$ közé esik, tehát $1 \geqq p \geqq \frac{1}{2}$. Ennélfogva a feladat követelményének a $p < \frac{1}{2}$ és $p > 1$ paraméter-értékek tesznek eleget.