$n=1$ esetén a kérdéses intervallum az $(1,2)$ intervallumba esik, így az állítás nyilvánvaló. Legyen a továbbiakban $n \geq 2$. Tegyük fel, hogy a feladat állításával ellentétben van olyan n természetes szám és k egész szám, hogy

$$n\sqrt{2}-\frac{1}{3n}<k<n\sqrt{2}+\frac{1}{3n}$$

teljesül. A szereplő mennyiségek pozitívak, így a fenti egyenlőtlenség ekvivalens a következővel:

$$\left(n\sqrt{2}-\frac{1}{3n}\right)^2<k^2<\left(n\sqrt{2}+\frac{1}{3n}\right)^2.$$

Ez azt jelenti, hogy a

$$\left(2n^2+\frac{1}{9n^2}-\frac{2\sqrt{2}}{3}, \quad 2n^2+\frac{1}{9n^2}+\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$$

intervallum tartalmazza a k^2 négyzetszámot. Ez az intervallum azonban, mint egyszerű számolással belátható, része a $(2n^2-1,\ 2n^2+1)$ intervallumnak, amelyben egyetlen egész szám található a $2n^2$. Azt kaptuk tehát, hogy $2n^2=k^2$, ami jól ismert módon lehetetlen (lásd $\sqrt{2}$ irracionális voltának igazolását).

Varga Béla (Debrecen, Fazekas M. Gimn., IV. o. t.)