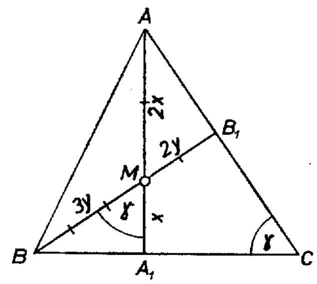
Legyen az ABC háromszögben a szóban forgó magasságok kiinduló csúcsa A, illetve B, talppontjuk rendre A_1, B_1 és a magasságpont M.



Ekkor

$$A_1M = x \qquad \text{és} \qquad B_1M = 2y$$

jelöléssel

$$MA = 2x, \qquad \text{illetve} \qquad MB = 3y,$$

és az MBA_1, MAB_1 háromszögek hasonlósága alapján

$$\frac{MB}{MA} = \frac{MA_1}{MB_1}, \qquad 6y^2 = 2x^2, \qquad x : y = \sqrt{3} : 1.$$

Innen, a szögek szokásos jelölésével egyrészt

$$\cos\gamma = \cos A_1MB\sphericalangle = \frac{x}{3y} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \qquad \gamma = 54°44',$$

másrészt az MBA_1 háromszögben

$$BA_1 = \sqrt{9y^2 - x^2} = \sqrt{3x^2 - x^2} = x\sqrt{2},$$

így az ABA_1 háromszögből

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{AA_1}{BA_1} = \frac{3}{\sqrt{2}}, \qquad \beta = 64°36',$$

végül $\alpha = 60°40'$.

Megjegyzések. 1. Akik felismerik, hogy mivel M harmadolja AA_1-et, amint az S súlypont a súlyvonalakat, tüstént látják, hogy háromszögünk Euler-féle egyenese párhuzamos a BC oldallal. És ha véletlenül azt is tudják, hogy e párhuzamosság feltétele[1] $\operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma = 3$, ebből $\operatorname{tg}\gamma = \sqrt{2}$ alapján kaphatják β-t.

2. Ugyenezen adatokból szerkesztéssel állítottuk elő a háromszöget a 809. gyakorlatban, K. M. L. 27 (1963), 25. oldal.

[1] Lásd pl: Érdekes matematikai gyakorló feladatok II. rész (összeállította *Tolnai Jenő*), Tankönyvkiadó, Budapest, 1971. 43. oldal 361. feladat.