Legyen

$$a_n = \sqrt{1 + \sqrt{2 + \ldots + \sqrt{n}}} \quad \text{és} \quad b_n = \sqrt{1 + \sqrt{2 + \ldots + \sqrt{n - 2 + \sqrt{2n - 1}}}} \quad (n \geq 2).$$

Ha $a_n$ kifejezésében a legbelső gyökjel alá $n$ helyett $n^2$-et írunk, akkor éppen $b_n$-et kapjuk, és mivel ezzel $a_n$ értékét növeltük, fennáll az $a_n < b_n$ $(n \geq 2)$ egyenlőtlenség.

Ha most $b_n$ kifejezésében a legbelső gyökjel alá $2n-1$ helyébe $(n-1)^2$-et írunk, akkor éppen $b_{n-1}$-et kapjuk. Ezzel ismét növeltünk, vagyis legalábbis nem csökkentettünk, feltéve, hogy $2n - 1 \leq (n-1)^2$ teljesül. Egyszerű számolás mutatja, hogy ezen utóbbi egyenlőtlenség minden $n \geq 4$ természetes számra fennáll. Eszerint a $b_3, b_4, \ldots, b_n, \ldots$ sorozat monoton fogyó, és így $n \geq 3$ mellett $b_3 \geq b_n > a_n$. Emiatt elég belátni, hogy $b_3 = \sqrt{1 + \sqrt{5}} < 9/5$ fennáll. Ez viszont valóban igaz, amint erről közvetlen számolással könnyen meggyőződhetünk. Végül $a_1 = 1 < a_2 = \sqrt{1 + \sqrt{2}} < b_3$ miatt igaz állításunk $n = 1$ és $n = 2$ mellett is.