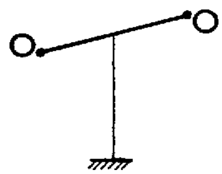
Három, történetileg is nevezetes kísérletet fogunk elvégezni. Az elsőben kimérjük a gravitációs állandó értékét. *Newton* (1642–1727) volt az, aki a Kepler–féle törvények ismeretében felfedezte a róla elnevezett tömegvonzási törvényt. Ez a törvény azt fejezi ki, hogy bármely két test vonzza egymást.

Pontszerű testek esetében ez a vonzerő, amit gravitációs erőnek is nevezünk, csak a két test tömegétől és a közöttük levő távolságtól függ:

$$F = f\frac{m \cdot M}{r^2},$$

ahol f a gravitációs állandó, m és M a két test tömege, és r a közöttük levő távolság. Nem pontszerű testekre nem igaz a törvény, kivéve ha a két test gömb. Ekkor úgy számolható az erő, mintha a gömbök középpontjában lenne a teljes tömeg.

A törvényt először *Cavendish* (1731–1810) mérte ki 1798-ban. Vett egy 182 cm hosszú drótot, erre rudat helyezett, a rúd két végére az 1. ábra szerint 7,3 kg-os ólomgolyókat tett. Az ólomgolyók mellé 158 kg-os ólomtömböket helyezett. Az ólomgolyó és az ólomtömb közötti gravitációs erő hatására ez a torziós szál elfordult, és az elcsavarodás szögéből, valamint a torziószál adataiból Cavendish kiszámította a gravitációs állandót, ami $f = 6{,}75 \cdot 10^{-11}$ $\mathrm{Nm^2/kg^2}$-nek adódott.

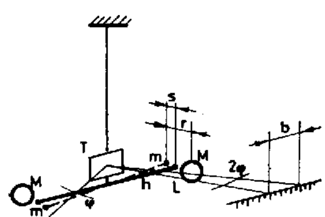


1. ábra

Lényegében ezt a kísérletet ismételjük meg. Az eszközt ilyen formában *Ozsgyáni László* készítette (az eszköz hamarosan kapható lesz). Egy dobozba zárt torziós szálra $2h$ hosszúságú rudat és a rúd végére m tömegű gömböket helyeztünk. (A dobozra azért van szükség, hogy a levegő áramlása ne zavarja a mérést.) A torziószálra helyezett T tükörről visszaverődő lézerfény a falon levő centiméteres skála O pontjában áll. Az m tömegű testekhez $r = 6$ cm távolságba $M = 1{,}5$ kg-os ólomgolyókat teszünk. Az m tömegű gömb és az M tömegű ólomgolyó közötti gravitációs erő hatására az m tömegű test gyorsuló mozgásba kezd. 100 másodpercig mérjük a gömb által megtett s utat. Ez idő alatt eltekintünk attól, hogy a torziószál fékezi az m tömegű gömb mozgását. Így a megtett $s = \frac{a}{2}t^2$ utat csak a gravitációs erő gyorsításának tulajdonítjuk, ezért

$$s = \frac{f\frac{m \cdot M}{r^2}}{2m}t^2 = \frac{fMt^2}{2r^2}.$$

Látható az összefüggésből, hogy a megtett út nem függ a gömb m tömegétől, ezt tehát nem kell megmérnünk. Nem kell ismernünk a torziószál tulajdonságait sem, mert azt elhanyagoltuk.



2. ábra

Az s utat a fényfolt 100 másodperc alatt megtett $b \approx 6{,}5$ cm-es elmozdulásából határozzuk meg. A 2. ábra szerint $s = h\varphi$ és $b = 2L\varphi$. (L a tükör és a skála távolsága, és a φ jelenti a torziószálon levő tükör elfordulását.) A tükörről visszaverődő fény ezalatt 2φ szöggel fordul el. A mérésnél a lézerfény egy álló tükörről még egyszer visszaverődik a torziószálon levő tükörre, így $b = 4\varphi L$. Ebből φ-t kifejezve és s értékébe behelyettesítve:

$$\frac{hb}{4L} = \frac{fMt^2}{2r^2},$$

amiből

$$f = \frac{hbr^2}{2LMt^2}.$$

Adatainkkal:

$$f = \frac{0{,}1 \cdot (0{,}06)^2 \cdot 0{,}065}{2 \cdot 12 \cdot 1{,}5 \cdot (100)^2} = 6{,}5 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}.$$

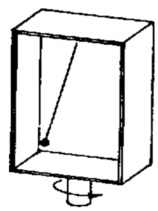
A jelenlegi legpontosabb mérések szerint:

$$f = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}.$$

A lézerfény körülbelül 30 perc alatt a 40 cm-es skálapontnál áll meg. Ekkor az 1,5 kg-os ólomgolyókat távolabb, 12 cm távolságra helyezzük el a gömböktől. Újabb 30 perc után a lézerfény a 10 cm-es vonalnál áll meg. Tehát a kétszeres távolság (6 cm helyett 12 cm) negyedrésznyi erőnek felel meg. Ekkor 18 cm-re, az eredeti 6 cm háromszorosára változtatjuk a távolságot, és a fényfolt a 4,5 cm-es osztásnál áll meg. Ez kb. kilenced része a 40 cm-es kitérésnek.

E néhány mérés alapján is helyesnek bizonyul, hogy a pontszerű testek között ható gravitációs erő a testek közti távolság négyzetével fordítottan arányos.

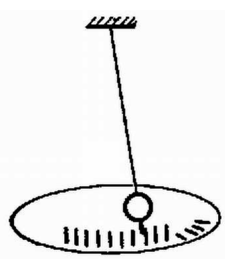
A Foucault-inga a második kísérlet, amit bemutatunk. *Foucault* (1819–1868) a róla elnevezett kísérletet 1851-ben Párizsban a Pantheonban 67 m hosszú, 28 kg tömegű ingával végezte el, amelyet Magyarországon 1880-ban Szombathelyen *Kuncz Adolf* ismételt meg.



3. ábra

A 3. ábrán látható keretben inga leng. Ha a keretet forgatjuk, akkor az inga lengési síkja a keret forgatása miatt nem változik. Ha tehát a Föld forog, egy pontszerűen felfüggesztett inga akkor sem változtatja meg lengési síkját.

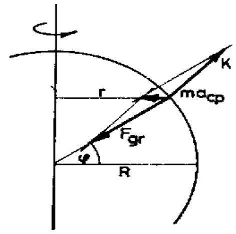
Az ELTE Eötvös-termében felfüggesztett inga gömbjére alul vékony csúcsos rudat hegesztettünk. Az inga alatt egy kör kerületén kis bábuk állnak (4. ábra). Az ingát lengésbe hozzuk és az kb. 20 percenként eldönt egy-egy bábut, mutatva, hogy a Föld valóban forog.



4. ábra

Ha a Föld forog, akkor az nem inerciarendszer. Mit jelent akkor pontosan a nehézségi erő, a gravitációs erő és a súly fogalma? Az általános iskolában a három fogalmat hasonló értelemben használtuk. Nézzük meg most pontosan, hogy melyik mit is jelent.

A Föld bármely pontjában magára hagyott test a test anyagi minőségétől függetlenül a helyre jellemző g nehézségi gyorsulással mozog. Azt mondhatjuk akkor Newton II. törvénye szerint, hogy $F = m \cdot g$ erő hat rá. Ezt az erőt nevezzük nehézségi erőnek. Ekkora erővel kell egyensúlyban tartani a Föld adott pontjában nyugalomban levő testet. Ha tehát fonálra függesztünk egy testet és a test nyugalomban van, akkor a fonalat mg nagyságú erő feszíti. Ha vízszintes helyzetű személymérlegre állunk, és a mérleg is és mi is nyugalomban vagyunk, akkor a mérleg szintén mg erőt fejt ki. Köznapi használatban azt mondjuk, súlya van a testnek, és ezt a súlyt kell a mérlegnek, illetve a rugónak kiegyenlíteni. Ha azonban a mérleg mozgó liftben van, vagy mi mozgunk a mérlegen, pl. leguggolunk vagy felállunk, a mérleg más erőt jelez. Megváltozott a súlyunk. Ha űrrakétában súlytalan helyzetbe kerülünk, ott nem nyomjuk a mérleget. Ezt a változó erőt, ami függ attól, hogy milyen a mozgásállapotunk, szokás súlynak nevezni. A testek súlya tehát az az erő, amit egy test kifejt a vízszintes alátámasztási felületre vagy a függőleges fonálra. Ha a test nyugalomban van, akkor a súly nagyság és irány szerint megegyezik az mg nehézségi erővel, de a súly az alátámasztásra vagy a felfüggesztésre, a nehézségi erő viszont a testre hat.



5. ábra

Kísérleteink alapján tehát a Föld forog, és a rajta nyugalomban levő m tömegű testre a gravitációs erő ($\mathbf{F}_{gr}$) és a $\mathbf{K}$ kényszererő hat. E két erő eredője a Földhöz képest nyugalomban tartja a testet (5. ábra). Az inerciarendszerhez képest azonban a test $r\omega^2$ centripetális gyorsulással mozog. Adott φ szélességi helyen $r = R \cdot \cos\varphi$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$, ahol $T = 1$ nap $= 86\,400$ másodperc. (R a Föld sugarát jelöli.)

Newton törvénye szerint tehát $\mathbf{F}_{gr} + \mathbf{K} = m\mathbf{a}_{cp}$. Ebből az egyenletből $-\mathbf{K} = \mathbf{F}_{gr} - m\mathbf{a}_{cp}$. Előző megfontolásunk szerint adott φ szélességi fokon $-\mathbf{K} = m\mathbf{g}_\varphi$. Ezen összefüggések alapján

$$\mathbf{F}_{gr} - m \cdot \mathbf{a}_{cp} = m\mathbf{g}_\varphi.$$

Látjuk tehát, hogy a nehézségi erő különbözik a gravitációs erőtől, és nem is a Föld középpontja felé mutat. Az északi és a déli sarkon $m \cdot \mathbf{g}_\varphi = \mathbf{F}_{gr}$.

A fizikában kétféle tömegről szokás beszélni. A Newton-féle gravitációs törvényben szereplő tömeget súlyos tömegnek nevezik, tehát

$$F = f\frac{m_s M_s}{r^2},$$

a Newton II. törvényében szereplőt pedig tehetetlen tömegnek,

$$F = m_t a.$$

Az impulzus (lendület) $\mathbf{I} = m_t\mathbf{v}$ egyenletéből levezetett tömeg ugyancsak a tehetetlen tömeg. Így tehát az északi vagy a déli sarkon levő két különböző anyagú testre

$$m_{t1}g_{90^\circ} = f\frac{m_{s1}M_s}{r^2} \quad \text{és} \quad m_{t2}g_{90^\circ} = f\frac{m_{s2}M_s}{r^2}.$$

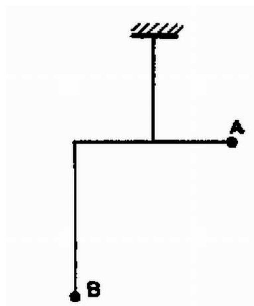
Ha kísérletileg bizonyítható, hogy a nehézségi gyorsulás minden testre, anyagi minőségtől függetlenül ugyanaz, akkor a két egyenletből

$$\frac{m_{t1}}{m_{s1}} = \frac{m_{t2}}{m_{s2}}$$

következik. Ekkor tehát a súlyos és tehetetlen tömeg arányos egymással. Ha azonos mértékegységeket használunk, akkor az arányossági tényező 1, tehát ezért nem kell megkülönböztetni a két tömeget.

Azt azonban, hogy minden test egyformán gyorsul, nem lehet pontosan kimérni. *Eötvös Lorándnak* (1848–1919), egyetemünk névadójának, aki ebben a teremben tartotta előadásait, (ezért nevezik a termet Eötvös-teremnek) legnagyobb érdeme a súlyos és tehetetlen tömeg arányosságának 10^{-8} pontossággal való mérése. A legfrissebb mérések szerint ma már 10^{-12} ez a pontosság. Az általános relativitás elmélet és az elemi részek fizikája szempontjából nagyon fontos ez a tény.

Nézzük, hogyan végezte Eötvös Loránd ezt a mérést. Eötvös Loránd már 1889-ben kifejlesztette az Eötvös-féle torziós ingát, pontos néven horizontális variométert. Az ingát párizsi eszköznek is nevezik, mert 1900-ban Párizsban, a világkiállításon arany érmet nyert. Egy teljesen hasonló eszköz található Tihanyban a Geofizikai Múzeumban. Azzal az ingával végzett méréseket Eötvös a Balaton jegén. A 6. ábrán látható torziószálra helyezett vékony rúd egyik végén (az A pontban) van egy test, a rúd másik végén (a B pontban) egy vékony szálon függ az azonos tömegű másik test.



6. ábra

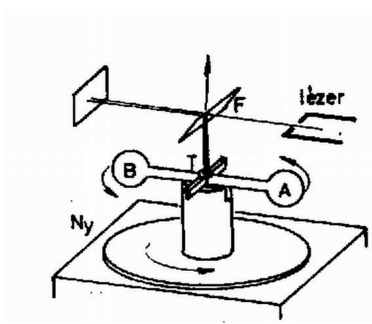
A nehézségi erő tárgyalásánál felírtuk, hogy $m\mathbf{g} = \mathbf{F}_{gr} - m \cdot \mathbf{a}_{cp}$. Az összefüggésből látható, hogy az $\mathbf{F}_{gr}$ erőben a súlyos tömeg, az $m \cdot \mathbf{a}_{cp}$ erőben a tehetetlen tömeg szerepel. Tehát a $\mathbf{g}$ iránya a test mindkét féle tömegétől függ. Helyezzünk most különböző anyagi minőségű testeket az Eötvös-féle inga A és B pontjába. Beáll egy egyensúly. Cseréljük ki a két testet! Ha megváltozna az egyensúly, akkor az egyik testre más lenne a $\mathbf{g}$, mint a másikra. Eötvös Loránd és tanítványai 1906-ban nyerték el a Benecke díjat ezért a mérésért. A mérésnek azért van ma különösen nagy jelentősége, mert ha lenne egy ötödik erő, amit néhány elméleti fizikus feltételez, akkor ez az Eötvös ingával esetleg kimutatható lenne.

Az inga kifejlesztésének célja a nehézségi gyorsulás változásának mérése volt. A 6. ábra szerinti A és B pontban $\mathbf{g}$ értéke különböző, $\mathbf{g}_A \neq \mathbf{g}_B$. Így az inga elcsavarodik. Ez az elcsavarodás azonban nem mérhető, mert nem tudni, hogy mi az egyensúlyi helyzet. Ha azonban az ingát a függőleges tengely körül 72°-kal elforgatjuk, és ezt még háromszor megismételjük mindig megállapítva az egyensúlyi helyzeteket, akkor ezekből az adatokból $\mathbf{g}$ változása megállapítható. Ez felvilágosítást ad arról, hogy milyen sűrűségű anyagok vannak a talajban. Ahol olaj vagy földgáz, vagy legtöbbször mindkettő együtt van, ott üreg van a földben. A nehézségi gyorsulás tehát csökken. A $\mathbf{g}$ változásából tehát olajlelőhelyre következtethetünk.

Végül mutassuk be harmadik kísérletünket, pontosabban annak egy videofelvételét. A nehézségi erő tárgyalásánál felírtuk, hogy $-\mathbf{K} = \mathbf{F}_{gr} - m \cdot \mathbf{a}_{cp}$. Azt mondtuk, hogy $\mathbf{K}$ annak az erőnek az ellenereje, amivel a test a függőleges fonalat feszíti, vagy a vízszintes felületet nyomja. $\mathbf{K}$ nagysága tehát a test súlya. Ha tehát egy test a Földön nincs nyugalomban, akkor az inerciarendszerhez képest nem $\mathbf{a}_{cp}$, hanem más gyorsulással gyorsul. Ha tehát nyugatról keletre v sebességgel haladunk, akkor sebességünk hozzáadódik a Föld v_F sebességéhez, így

$$a_{cp} = \frac{(v_F + v)^2}{R \cdot \cos\varphi},$$

súlyunk tehát csökkenni fog. Ha keletről nyugatra megyünk, akkor súlyunk növekszik. Ezt az effektust nevezik Eötvös-effektusnak. *Hecker* porosz fizikus méréseket végzett egy hajón. Eötvös figyelmeztette, hogy a kiértékelésnél vegye elő a hajónaplót és vegye számításba a hajó sebességét.



7. ábra

Az Eötvös-effektus kimutatható az Eötvös-féle forgó mérleg segítségével. A 7. ábrán látható súlyzószerű test egy éken, mint egy mérleg működik. A mérleget lemezjátszóra tesszük úgy, hogy egyensúlyban legyen, majd a lemezjátszót elindítjuk. Amikor az A test nyugatról keletre halad, akkor a B test keletről nyugatra megy. Az Eötvös-effektus miatt tehát az A test súlya csökken, a B test súlya növekszik. Megszűnik a mérleg egyensúlya, egy kicsit lebillen. Ha a lemezjátszó körülfordulási ideje megegyezik a mérleg lengésidejével, akkor a rezonancia jelensége miatt ez a kicsi súlyváltozás is lengésbe hozza a mérleget. A mérleg tetején elhelyezett T tükörre eső lézerfény segítségével lehet észlelni a jelenséget. A lézer az F féligáteresztő tükörről jut a T tükörre, és onnan visszaverődve követi a mérleg lengéseit.

Az Eötvös-effektus is a Föld forgását bizonyítja.