

Az 1989—90-es tanévi Hajós György-Matematikai Tanulmányi Versenyt a Bánki Donát Gépipari Műszaki Főiskola rendezte meg Budapesten 1990. március 20-án és 21-én.

Az idei, sorrendben tizenhatodik versenyen 15 főiskola egy-egy csapata vett részt összesen 60 versenyzővel.

A hattagú versenybizottság, amelynek az elnöke az idén Zalay Miklós főiskolai docens volt, a következő feladatokat tűzte ki:

1. Bizonyítsa be, hogy bármely pozitív  $a_1, a_2, \dots, a_n$  elemekből álló számtani sorozat esetén

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{n-1}} + \sqrt{a_n}} = \frac{n-1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_n}}.$$

2. Melyek azok a háromjegyű, tízes számrendszerbeli számok, amelyek egyenlők számjegyeik faktoriálisainak az összegével?

3. Határozza meg azokat az  $a, b, c$  pozitív valós számokat, amelyekre

$$a + 2b^2 + 3c^3 + \frac{1}{a} + \frac{2}{b^2} + \frac{3}{c^3} = 12.$$

4. Határozza meg az  $a, b$  valós paraméterek értékét úgy, hogy az  $f(x) = x^2$  és  $g(x) = \sqrt{ax+b}$  függvények görbéi az  $x = 1$  helyen  $45^\circ$ -os szögben messék egymást!

5. Az  $ABCD$  tetraéder minden csúcsát összekötjük a szemközti lap beírt körének a középpontjával. Bizonyítsa be, hogy ha ezek az egyenesek egy ponton mennek át, akkor a tetraéder szemközti éleinek szorzata állandó.

★

A csapatverseny első öt helyezettje:

1. Bánki Donát Gépipari Műszaki Főiskola, Budapest
2. Pollack Mihály Műszaki Főiskola, Pécs
3. Kandó Kálmán Villamosipari Műszaki Főiskola, Székesfehérvár
4. Könnyűipari Műszaki Főiskola, Budapest
5. Zalka Máté Katonai Műszaki Főiskola, Budapest

Az egyéni verseny első öt helyezettje:

1. Héja Tibor (Bánki D. Gépip. Műsz. Főiskola, Budapest)
2. Korompai Gábor (Könnyűip. Műszaki Főiskola, Budapest)
3. Színyi Gáspár (Kandó K. Vill. Ip. Műsz. Főiskola, Székesfehérvár)
4. Dénes Sándor (Kandó K. Vill. Ip. Műsz. Főiskola, Székesfehérvár)
5. Dobó Levente (Pollack M. Műszaki Főiskola, Pécs)