

1.

$$A = \frac{\sqrt{\sqrt{5}+2} + \sqrt{\sqrt{5}-2}}{\sqrt{\sqrt{5}+1}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}. \quad A = ?$$

2. Az  $ABCD$  tetraéder élei nagyság szerint rendre 7, 13, 18, 27, 36 és 41.

Ha  $AB=41$ , akkor mekkora  $CD$ ?

3. Egy szakaszt úgy osztunk két részre, hogy a kisebbik és a nagyobbik rész aránya egyenlő a nagyobbik résznek és a teljes szakasznak az arányával. Ha  $R$  jelöli ezt az arányt, akkor mennyi

$$R^{[R^{(R^2+R^{-1})+R^{-1}] + R^{-1}} \text{ értéke?}$$

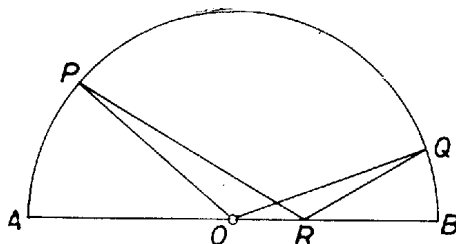
4. Ha  $p$ ,  $q$  és  $r$  jelöli az  $x^3 - x^2 + x - 2 = 0$  egyenlet gyökeit, akkor mennyi  $p^3 + q^3 + r^3$ .

5. Az  $ABCD$  húrnégyszög körülírt körének átmérője 50.  $AB = BC = 15$ ,  $CD = 50$ . Mekkora  $AD$ ?

6. Mennyi  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^6$  egész része?

7. Feltéve, hogy  $x + y > 0$  és  $x^2 + y^2 + \frac{2xy}{x+y} = 1$ , mekkora  $(x+y)$  legnagyobb és legkisebb értékének a különbsége?

8.  $P$  és  $Q$  az  $AB$  átmérőjű félkörív pontjai.  $R$  az  $OB$  sugár pontja, amelyre  $\angle OPR = \angle OQR = 10^\circ$ . Ha  $\angle POA = 40^\circ$ , akkor mekkora a  $\angle QOB$ ?



9. Hány olyan háromszög van, melynek csúcsai egy adott szabályos 23-szög csúcsai közül valók és amelyek tartalmazzák a sokszög középpontját?

10. Az  $f(x)$  függvényt minden egész  $x$ -re az alábbi módon értelmezzük:

$$f(x) = \begin{cases} x - 1989, & \text{ha } x > 2000, \\ f(f(x + 1990)), & \text{ha } x \leq 2000. \end{cases}$$

Mennyi  $f(0)$  értéke?

11. Mennyi  $7^{999}$  utolsó három számjegye?

12. Egy szabályos kockát addig dobálunk, amíg a dobott számok  $S$  összege túl nem lépi a 100-at. Mi ekkor az  $S$  legvalószínűbb értéke?

13. Melyik az a legnagyobb  $A$  szám, melyre teljesül, hogy az első 100 pozitív egész bármely sorrendjében van tíz szomszédos szám, melyek összege legalább  $A$ ?

14.  $2^8 + 2^{11} + 2^n$  egy egész szám négyzete. Mekkora az  $n$  lehetséges értékeinek az összege?

15. Tekintsük az 1001-nél kisebb nevezőjű törtek közül azt, amelyik a lehető legkevésbé tér el a  $\frac{123}{1001}$ -től? Mennyi ennek a törtnek a nevezője?

Összeállította: Pataki János

(A versenyt 1989 november 24-én tartották több városban. A feladatok eredményeit lásd a 30. oldalon.)