

1. Melyik nagyobb:

$$\text{a) } \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} \quad \text{vagy} \quad \frac{\operatorname{tg} \frac{2\pi}{3}}{\sin \left(-\frac{5\pi}{3} \right)};$$

$$\text{b) } 2 \log_2 5 \quad \text{vagy} \quad 3 \left(1 + \log_{1,8} \frac{1}{3} \right)?$$

2. Igazolja, hogy ha egy háromszög α, β, γ szögeire

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{\sin^2 \beta}{\sin 2\beta} = \frac{\sin^2 \gamma}{\sin 2\gamma},$$

akkor a háromszög egyenlő oldalú.

3. Oldja meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán:

$$\text{a) } \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x+1}-2} = \sqrt{x+1} + 2;$$

$$\text{b) } 1\text{g}(4-x^2) - 1\text{g}(2+x) = 1\text{g}(2-x);$$

$$\text{c) } \frac{\sin \alpha - \frac{1}{2} \sin(\pi + 2\alpha)}{1 + \cos \alpha} = \sin \alpha.$$

4. Oldja meg az

$$\begin{aligned} x - y &= a + 1, \\ 2xy + 2y &= -a^2 - 4 \end{aligned}$$

egyenletrendszert, ahol a valós paraméter.

5. Egy derékszögű háromszög kerülete 15 egység, a beírható kör sugara 1 egység. Számítsa ki a háromszög oldalainak hosszát.

6. Az $ABCD$ téglalapban $3 \cdot AB = 2 \cdot BC$. Számítsa ki a C és D pontok koordinátáit, ha $A(-2; -2)$ és $B(4; 2)$.

7. Az (a_n) számtani sorozatban $a_3 = 3a_2$ és $s_n = 40a_3$. Számítsa ki a sorozat n -edik elemét.

8. Oldja meg a következő egyenlőtlenségeket a valós számok halmazán:

$$\text{a) } 2^{\sqrt{x+2}} < 3^{\sqrt{5} \cdot \log_3 2};$$

$$\text{b) } \log_{1/2}(x^2 - 3x - 2) < -1;$$

$$\text{c) } \sin(\pi - x) \cdot \sin \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) > \frac{\sqrt{3}}{4}.$$