1. $\log_2^{\sin 750^\circ}\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=\sqrt{2}$

$$\lg\,(\cos 0^\circ+\cos 36^\circ+\ldots+\cos 144^\circ)=\lg\,1=0$$
$$\cos^{16}1990^\circ=(-\cos 10^\circ)^{16},\quad \text{azonban}\quad 0<(-\cos 10^\circ)^{16}<1.$$

2. 6,25%.

3. A mértani sorozat: $-\frac{1}{q^2},-\frac{2}{q},-2.$

A számtani sorozat: $-2,-\frac{2}{q^2},-\frac{q}{2}.$

A számtani sorozat definíciója szerint a szomszédos tagok különbségére egy egyenletet írhatunk fel, amiből a

$$(q-1)(q+2)=0$$

egyenletet kapjuk.

A három szám $-2,-2,-2$ vagy $-2,1,-2$.

4. A feladat értelmezési tartománya: $x<1$, vagy $3<x$. Az egyenlet másodfokú, így

a) Ha $\log_2(x^2-4x+3)=3$, akkor

$$x^2-4x-5=0$$
$$x_1=-1;\quad x_2=5.$$

b) Ha $\log_2(x^2-4x+3)=\log_2 15$, akkor

$$x^2-4x-12=0$$
$$x_3=-2;\quad x_4=6.$$

Mind a négy gyököt tartalmazza az értelmezési tartomány.

5. $x=0$ nyilván nem lehet, így $x^4+x^2+\frac{1}{x^4}+\frac{1}{x^2}=4(1-2^y)$.

A bal oldal két pozitív szám és reciprokának összege, ezért a bal oldal $\geqq 4$, a jobb oldal <4, nincs valós számpár, amely kielégíti az egyenletet.

6. A kör egyenlete:

$$(x+2)^2+(y-1)^2=25,$$

A paraboláé:

$$y=(x-1)^2-3,$$

Innen:

$$x^4-4x^3-x^2+16x-12=0.$$

Bontsuk szorzattá (ha van egész zérushely, akkor az 12 osztója):

$$(x-1)(x-2)(x-3)(x+2)=0.$$

A metszéspontok: $P_1(1;-3),\ P_2(2;-2),\ P_3(3;1),\ P_4(-2;6)$.

7. Két olyan háromszögbe, amelynek van közös oldala, nem rajzolhatunk téglalapot, mert ekkor csak ötszög keletkezhetne. Tegyük fel, hogy P_7 az AM egyenes azon pontja, amelyre $P_6P_7\parallel DM$. Megmutatjuk, hogy $P_1\equiv P_7$.

$$\frac{AP_1}{P_1M}=\frac{BP_2}{P_2M}=\frac{BP_2}{P_3P_4}=\frac{P_2P_3}{P_4C}=\frac{MP_4}{P_4C}=\frac{MP_5}{P_5D}=\frac{P_7P_6}{P_5D}=\frac{AP_7}{P_6P_5}=\frac{AP_7}{P_7M}.$$

8. A mértani és a számtani közép közötti összefüggést felírva

$$(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)\leqq\left(\frac{\alpha+\beta+\beta+\gamma+\gamma+\alpha}{3}\right)^3.$$

A jobb oldal azonban $(2\pi/3)^3$.