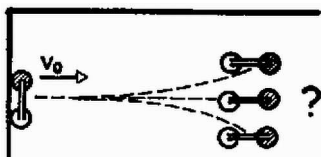


Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 1988. október 28-án rendezte 65. versenyét Budapesten és 12 vidéki városban. A versenyen az 1988-ban érettségizettek és középiskolai tanulók vehettek részt. A versenyzőknek 5 óra állt rendelkezésükre, bármilyen segédeszközt használhattak. Összesen 289 versenyző adott be dolgozatot. A feladatok kitűzését és a beadott megoldások értékelését a Versenybizottság közösen végezte; vezetője *Vermes Miklós* visszavonulását követően *Radnai Gyula*, tagjai *Boros János*, *Gnädig Péter* és *Károlyházy Frigyes* voltak. Ismertetjük a feladatokat és a verseny végeredményét.

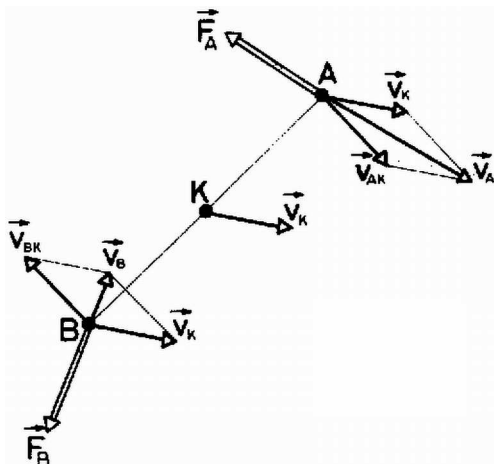
1. Két egyforma pénzérméből egy rájuk ragasztott hurkapálca segítségével „lapos súlyzót” készítünk. A súlyzót az asztal szélére helyezzük, és az egyik érmének egy ütéssel a súlyzó tengelyére merőleges kezdősebességet adunk. Az ütést akkorára választjuk, hogy a súrlódás a súlyzót egy negyed fordulat megtétele után állítsa meg.

Elkanyarodik, vagy egyenes vonalban mozog a súlyzó tömegközéppontja? (1. ábra)



1. ábra

**Megoldás.** Tekintsünk egy ellökés utáni, de megállás előtti pillanatot! A helyzetet a 2. ábra mutatja. Az ábrán  $A$  jelöli a meglökött érme tömegközéppontját,  $B$  a másikat.  $K$  a súlyzó tömegközéppontja ( $AB$  felező pontja).



2. ábra

A súlyzó bármely pontjának mozgása két jellegzetes mozgásból tehető össze:

az egyik a tömegközépponttal együtt történő haladó mozgás, ezt a pillanatnyi sebességet jelöli  $\vec{v}_K$  az ábrán;

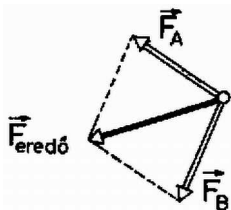
a másik a tömegközéppont körüli forgás, az ennek megfelelő pillanatnyi sebesség  $A$ -nál  $\vec{v}_{AK}$ ,  $B$ -nél pedig  $\vec{v}_{BK}$ .

A meglökött érme sebessége az asztalhoz képest  $\vec{v}_A$ , a másik érme sebessége az asztalhoz képest  $\vec{v}_B$ .

A súrlódási erő mindkét érme esetén a sebességgel ellentétes irányú, de nagyságuk egyenlő, mivel a felületre merőleges nyomóerők egyenlők.

Mivel  $\vec{v}_{AK}$  és  $\vec{v}_K$  hegyesszöget,  $\vec{v}_{BK}$  és  $\vec{v}_K$  pedig tompaszöget alkot, ezért  $\vec{v}_A$  kisebb szöget zár be  $\vec{v}_K$ -val, mint  $\vec{v}_B$ .

Így az eredő erő „hátrafelé” és a rajzon „lefelé” mutat (3. ábra), tehát a tömegközéppont jobbra kanyarodik el.

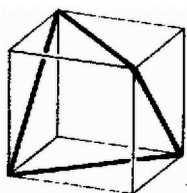


3. ábra

*Megjegyzés.* A fenti megfontolás során a pénzérmék méretét elhanyagoltuk. A valóságban a „forogva haladó” pénzérmére ható súrlódási erő (a pénzérme különböző részeire ható súrlódási erők eredője) függ a tömegközéppont sebességétől. Ez a hatás éppen a megoldásban tárgyalt effektus ellen dolgozik, de elegendően hosszú hurkapálca esetén teljes mértékben elhanyagolható.

2. Az a élhosszúságú szigetelő kockára lapátlók mentén vezetett huzalból – az ábra szerint –  $R$  ellenállású áramkört illesztünk.  $B$  erősségű homogén mágneses mezőt kapcsolunk be, rendre a kocka egyes lapjaira merőleges irányokban (4. ábra).

- a) Mekkora töltés halad át az egyes esetekben a huzal keresztmetszetén?  
 b) Haladhat-e át ezeknél is több töltés, valamilyen „ferde” irányú  $B$  esetén?



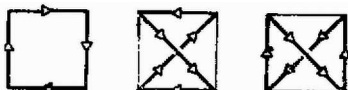
4. ábra

**Megoldás.** A huzal tetszőleges keresztmetszetén áthaladó töltés az alábbi módon számítható ki:

$$\Delta Q = I \cdot \Delta t = \frac{U}{R} \Delta t = \frac{\Delta \Phi}{R} = \frac{B \cdot A}{R},$$

ahol  $A$  jelenti a hurok  $B$ -re merőleges vetületének területét.

A kocka egyes lapjaira merőleges irányokban az 5. ábrán vázolt vetületeket kaphatjuk.



5. ábra

Amikor a vetület egy  $a$  oldalú négyzet, akkor az áthaladó töltés:

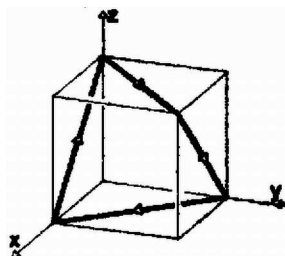
$$\Delta Q = \frac{B \cdot a^2}{R}.$$

A másik két esetben a vetület két egybevágó háromszög, melyek „körüljárási iránya” azonban ellentétes, így a két terület előjeles összege zérus. Ezekben az esetekben tehát

$$\Delta Q = 0.$$

Most vizsgáljuk meg, hogy valamilyen ferde irányú  $B$  esetén haladhat-e át több töltés, mint az előbb kiszámított  $\frac{B \cdot a^2}{R}$ .

Vegyünk fel egy derékszögű koordinátarendszert úgy, hogy a tengelyek legyenek párhuzamosak a kocka éleivel, és mondjuk  $x$  irányból nézve legyen a hurok vetülete az  $a$  oldalú négyzet (6. ábra).



6. ábra

Ekkor az indukcióvektor komponenseit  $B_x$ -szel,  $B_y$ -nal, ill.  $B_z$ -vel jelölve az áthaladt töltés:

$$\Delta Q = \frac{B_x A_x + B_y A_y + B_z A_z}{R}, \quad \text{vagyis}$$

$$\Delta Q = \frac{B_x a^2}{R} + 0 + 0, \quad \text{mivel } A_y = 0 \quad \text{és} \quad A_z = 0.$$

Mint hogy  $B_x \leq B$  ezért

$$\Delta Q \leq \frac{Ba^2}{R},$$

tehát semmilyen ferde irányú  $B$  esetén nem haladhat át több töltés.

Ugyanerre az eredményre jutunk természetesen akkor is, ha a hurok különböző irányú vetületeit hasonlítjuk össze. Ebben az esetben még be kell bizonyítani, hogy a hurok semmilyen vetületének területe sem lehet nagyobb  $a^2$ -nél. Ebből azután már következik a bizonyítandó állítás:

$$\Delta Q = \frac{B \cdot A^*}{R} \leq \frac{Ba^2}{R}.$$

*Megjegyzés.* Annak bizonyítása, hogy a vetület területe nem lehet nagyobb  $a^2$ -nél, történhet például azon felismerés alapján, hogy a fenti hurok egy olyan térbeli négyszöget alkot, amelynek nemcsak oldalai, de átlói is  $a \cdot \sqrt{2}$  hosszúságú lapátlók. Az átlók vetületei lesznek a vetületnégyszög átlói. Így a vetületnégyszög átlói sem lehetnek  $a \cdot \sqrt{2}$ -nél hosszabbak. Mivel egy síkbeli négyszög területe nem lehet nagyobb, mint az átlók szorzatának a fele, ezért a vetület területe legfeljebb

$$\frac{a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{3}}{2} = a^2$$

lehet.

**3. Egy pontszerű monokromatikus fényforrás és egy ernyő között átlátszatlan, fekete lemez van, rajta két parányi környílás. Fény csak ezeken a nyílásokon át juthat az ernyőre. Az ernyőn interferenciacsíkok jelennek meg.**

*Elhelyezhetünk-e – ha igen, hogyan – egy síktükröt úgy, hogy az ernyő megvilágítása*

a) nagyjából egyenletes legyen;

b) közel zérus legyen?

**Megoldás.** Mindkét eset elérhető, megvalósítható, ha a tükröt az átlátszatlan, fekete lemeznek azon az oldalán helyezzük el, ahol a fényforrás is van. Ekkor ugyanis már magán a fekete lemezen is létrejön interferencia a közvetlenül és a tükrőről visszaverődve odaérő fény között.

a) Az ernyő megvilágítása nagyjából egyenletes lesz, ha az ernyőre csak az egyik parányi környílásból esik fény. Ehhez a tükröt úgy kell beállítani, hogy a direkt és a visszavert fény interferenciájának eredménye *az egyik parányi környílás helyén kioltás legyen*, a másiknál viszont nem. Ekkor ez utóbbi az egyetlen környílás, melyen át fény jut az ernyőre. A „parányi” jelző utal arra, hogy a nyílás mérete olyan kicsi, hogy a nyíláson létrejövő elhajlás okozta intenzitásváltozás csekély. Az ernyő megvilágítása *nagyjából egyenletes*.

b) Az ernyő megvilágítása közel zérus lesz, ha a tükröt úgy állítjuk be, hogy a direkt és a visszavert fény interferenciájának eredménye *mindkét parányi környílás helyén kioltás* lesz. Ez megtehető, mert a kioltások nemcsak egy-egy pontban, hanem egy-egy görbe mentén jönnek létre, s akár az is elérhető, hogy az egyik „sötét csík” áthaladjon mindkét környíláson. Mivel azonban a tökéletes kioltás szigorúan véve csak egy zérus szélességű vonal mentén valósul meg, s a környílás ugyan parányi, de nem zérus szélességű, ezért az ernyő megvilágítása nem tökéletesen zérus, hanem csak *közel zérus* lesz.

*Megjegyzés.* A feladatnak van egy „triviális” megoldása is. Ha a tükröt árnyékoló lemeznek használjuk, és eltakarjuk vele egyik, illetve mindkét nyílást, előáll a feladatban megfogalmazott a), illetve b) eset. Ezt a megoldást mégsem lehet teljes értékűnek elfogadni, hiszen például a b) kérdés csak „közel zérus” megvilágítást ír elő, nem pedig teljes sötétséget. Arról nem is beszélve, hogy a fizikában a tükröt tükröként illik felhasználni. Tudták ezt a versenyzők is, meg is írták többen, hogy csak azért adják ezt a megoldást, mert jobb nem jut az eszükbe. Az igazi megoldásra kevesen találtak rá.

## A verseny eredménye

**I. díjat** kaptak egyenlő helyezésben:

*Fucskár Attila*, az ELTE programozó matematikus hallgatója, aki a budapesti Kaffka Margit Gimnáziumban érettségizett, mint Jánosi Ilona tanítványa, és *Hauer Tamás*, az ELTE fizikus hallgatója, aki a budapesti Apáczai Csere János Gimnáziumban érettségizett, tanára Kelemen László.

**II. díjat** kaptak egyenlő helyezésben:

*Csahók Zoltán*, az ELTE fizikus hallgatója, aki a budapesti Fazekas Mihály Gimnáziumban érettségizett, mint Horváth Gábor tanítványa, *Demeter Gábor*, a budapesti Móricz Zsigmond Gimnázium IV. osztályos tanulója, tanára Tarnóczyné Gegedon Melitta, és *Szabó Szilárd*, a budapesti Apáczai Csere János Gimnázium IV. osztályos tanulója, tanára Holics László.

**III. díjat** kaptak egyenlő helyezésben:

*Csilling Ákos*, a budapesti Fazekas Mihály Gimnázium III. osztályos tanulója, tanára Horváth Gábor, *Keleti Tamás*, az ELTE matematikus hallgatója, aki a budapesti Fazekas Mihály Gimnáziumban érettségizett, mint Horváth Gábor tanítványa, és *Pásztor Gábor*, a miskolci Földes Ferenc Gimnázium IV. osztályos tanulója, tanára Zámboreszky Ferenc.

*Dicséretet* kaptak egyenlő helyezésben:

*Lencse Gábor*, a győri Révai Miklós Gimnázium IV. osztályos tanulója, tanárai Jagudits György és Takács István, valamint *Somfai Ellák*, a pápai Petőfi Sándor Gimnázium IV. osztályos tanulója, tanára Dankó Ferenc.

Az eredményhirdetésre 1988. november 25-én került sor az ELTE Múzeum körúti fizikai előadótermében. A nyertes versenyzőkön és tanáraikon kívül részt vettek az ünnepélyes díjkiosztáson a KöMaL 1987–88. évi fizika pontversenyének legjobbjai is.

Valamennyi nyertes és helyezett versenyzőnek, valamint az őket felkészítő tanároknak ezúton is gratulálunk.