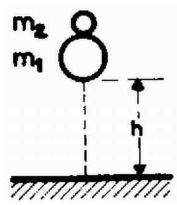
A verseny három csoportban folyt le. Az I. csoportban a szakközépiskolai tanulók versenyeztek. A II. csoportba tartozott minden alaptanterv szerint tanuló, fizikát fakultáción nem tanuló III. és IV. osztályos diák. A többi versenyző a III. csoportba tartozott. A II. és III. csoportban ugyanazok voltak a feladatok. A verseny első fordulója január 9-én, a második fordulója március 8-án és a harmadik fordulója április 25-én volt.

Az I. forduló feladatai a II. és III. csoportban

1. *h magasságból közvetlenül egymás után leejtünk egy m_1 és egy m_2 tömegű testet (1. ábra). Minden ütközés a függőleges egyenesben megy végbe és teljesen rugalmas.*

a) *A tömegek mely aránya esetén marad az ütközés után az m_1 tömegű test nyugalomban?*

b) *Ebben az esetben milyen magasra repül fel az m_2 tömegű test?*



1. ábra

(Ungár Péter)

Megoldás. Mindegyik test $v_0 = \sqrt{2gh}$ sebességgel érkezik a földhöz. Az m_1 tömegű test v_0 sebességgel indul felfelé és ütközik a lefelé v_0 sebességgel érkező m_2 tömegű testtel. Az ütközés utáni sebességek, a felfelé irányulókat pozitívnak számolva:

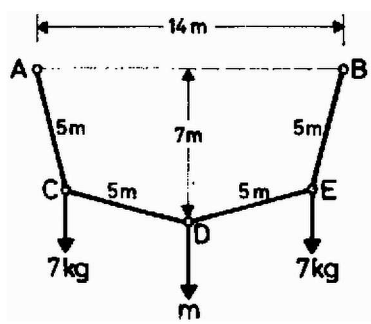
$$u_1 = v_0 \cdot \frac{m_1 - 3m_2}{m_1 + m_2}, \qquad u_2 = v_0 \cdot \frac{3m_1 - m_2}{m_1 + m_2}.$$

a) A mi esetünkben $u_1 = 0$, ebből következik, hogy $m_1/m_2 = 3$.

b) Ekkor $u_1 = 2v_0$ és a felfelé repülés magassága $4h$.

A kísérlet folyamán a golyók összes mozgási és helyzeti energiája változatlan marad, mert a Föld nagy tömege folytán nem vesz fel mozgási energiát.

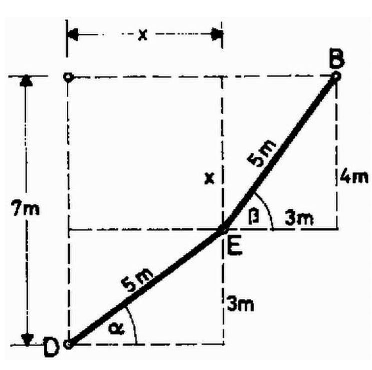
2. *A és B pontok távolsága* 14 méter, *a négy kötéldarab mindegyikének hossza* 5 méter *(2. ábra). C és E pontokban egy-egy* 7 kg *tömegű test lóg. D pontban olyan nagy m tömegű test függ, hogy ez a D pont* 7 méterre *van az AB egyenes alatt. Az m tömegű testet lassan felemeljük, amíg D pont a C és E pontokkal egy magasságba jut. Mennyi munkát végeztünk?*



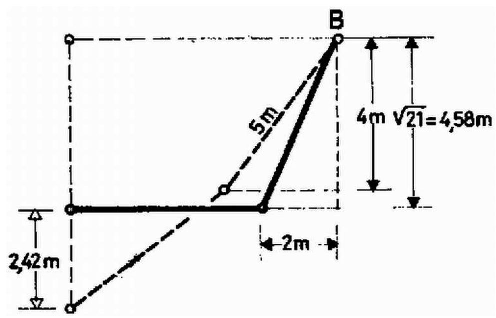
2. ábra

(Vermes Miklós)

Megoldás. Először meg kell állapítani az m tömeg nagyságát (3.a és 3.b ábra).



3.a ábra



3.b ábra

Az adatok szerint $5^2 = x^2 + (7-x)^2$, innen $x = 4$, $\operatorname{tg}\alpha = 3/4$ és $\operatorname{tg}\beta = 4/3$.

Az első kötélben (DE) az erő $mg/(2\sin\alpha)$, a második kötélben (EB) pedig $(m/2+7)g/\sin\beta$. E-ben a vízszintes összetevők egyenlők:

$$\left(\frac{m}{2}+7\right)\cdot\frac{g}{\sin\beta}\cdot\cos\beta = \frac{mg}{2}\cdot\frac{1}{\sin\alpha}\cdot\cos\alpha;$$

rendezve:

$$\left(\frac{m}{2}+7\right)\cdot\frac{1}{\operatorname{tg}\beta} = \frac{m}{2}\cdot\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}.$$

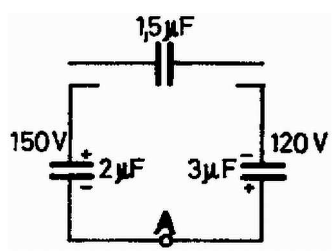
A tangensek értékeit felhasználva: $8m = \dfrac{9m}{2} + 63$, innen $m = 18$ kg.

A geometriai viszonyokból látható, hogy a 18 kg tömegű testet 2,42 méterrel emeltük, ekkor a helyzeti energia növekedése $18\cdot 2{,}42\cdot 9{,}81 = 427$ joule. A két 7 kg tömegű test 0,58 méterrel süllyedt, így ezeknél a helyzeti energia csökkenése $2\cdot 7\cdot 0{,}58\cdot 9{,}81 = 80$ joule. A mi munkavégzésünk $427 - 80 = 347$ joule.

3. 150 voltra *töltött* 2μF*-os és* 120 voltra *töltött* 3μF*-os kondenzátor egy-egy ellentétes töltésű lemeze össze van kötve; a másik lemezeikből kivezető drótok szabadon végződnek (4. ábra). Ezekre a drótvégekre ráejtünk egy töltetlen* 1,5 μF*-os kondenzátort.*

a) *Mekkora lesz ezután mindegyik kondenzátor feszültsége?*

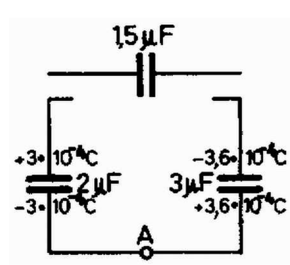
b) *Mennyi töltés megy át és merre az A helyen?*



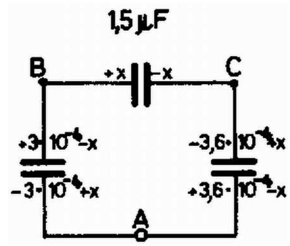
4. ábra

(Vermes Miklós)

Megoldás. A ráejtett kondenzátornak $+x$ és $-x$ töltése lett (pozitív töltésekkel számolva). Az 5.a ábra az eredeti állapotot tünteti fel.



5.a ábra



5.b ábra

A ráejtett kondenzátor töltései az 5.b rajzon látható módon változtatják meg a töltéseket. B és A között a feszültségkülönbség a bal oldali kondenzátoron át számítva:

$$+\frac{3\cdot 10^{-4}-x}{2\cdot 10^{-6}}.$$

A feszültségkülönbség ACB úton számítva:

$$-\frac{3{,}6\cdot 10^{-4}-x}{3\cdot 10^{-6}}+\frac{x}{1{,}5\cdot 10^{-6}}.$$

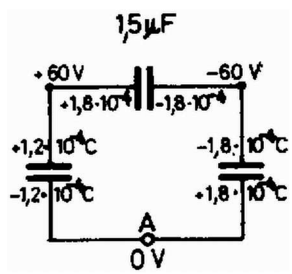
Ez a kettő egyenlő:

$$+\frac{3\cdot 10^{-4}-x}{2\cdot 10^{-6}}=-\frac{3{,}6\cdot 10^{-4}-x}{3\cdot 10^{-6}}+\frac{x}{1{,}5\cdot 10^{-6}}.$$

Az egyenlet megoldása: $x=+1{,}8\cdot 10^{-4}$ coulomb.

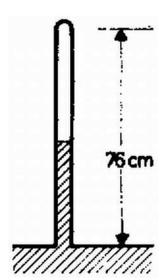
x ismeretében kiszámíthatók a feszültségek: a 2μF-os kondenzátoron A-hoz viszonyítva $+60$ volt, a 3 μF-os kondenzátoron -60 volt, az 1,5 μF-os kondenzátor két lemeze között 120 volt.

Az A helyen $1{,}8\cdot 10^{-4}$ coulomb ment át jobbról balra. A végső állapotot az 5.c ábra mutatja.



5.c ábra

4. *Egy* 76 cm *hosszú, felül zárt üvegcső alsó vége higanyba merül, a cső részben higannyal telt, felette az elzárt térben* 0,001 mol *levegő van (6. ábra). A külső légköri levegő nyomása* 76 cm*-es higanyoszloppal tart egyensúlyt. A levegő molhője állandó térfogaton* C_v = 20,5 J/mol · K. *Mennyi hőt ad le a csőbe zárt levegő, amikor hőmérséklete* 10 ℃*-kal süllyed?*



6. ábra

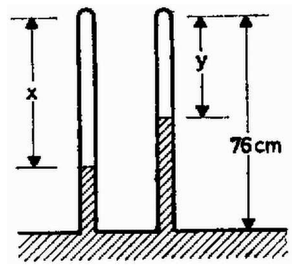
(Szegedi Ervin)

Megoldás. Az I. főtétel szerint: $\Delta E=\Delta Q+\Delta W$, vagyis a gáz által felvett hő: $\Delta Q=\Delta E-\Delta W$. Az energiaváltozás egyszerűen következik a hőmérsékletváltozásból:

$$\Delta E=\mu C_v(T_2-T_1)=0{,}001\cdot 20{,}5\cdot(-10)=-0{,}205\text{ joule}.$$

A munkavégzés kiszámítására több eljárás lehetséges.

I. A bezárt levegő nyomását a levegőoszlop hossza jelenti, mert ezzel a nyomással nyomódott le a higany a 76 cm-es magasságról (7. ábra).



7. ábra

A munkavégzés $\Delta W = p \cdot \Delta V$. A mi esetünkben a nyomás a térfogattal lineárisan változik, ezért a kezdeti és végső nyomások középértékével számolhatunk:

$$p = \frac{p_1 + p_2}{2}.$$

A térfogatváltozás $\Delta V = V_2 - V_1$.

A gázon végzett munka: $\Delta W = -\frac{1}{2}(p_1 + p_2) \cdot (V_2 - V_1)$,

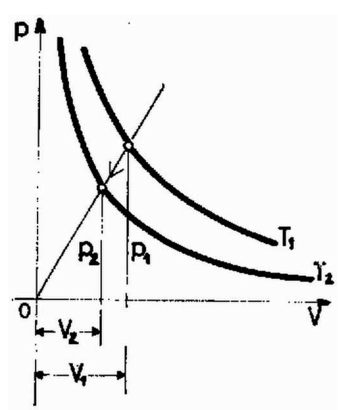
$$\Delta W = -\frac{1}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1 + p_1 V_2 - p_2 V_1).$$

A zárójelben levő harmadik és negyedik tag algebrai összege 0, mert (a cső alapterületét A-val és a higany sűrűségét ϱ-val jelölve): $p_1 V_2 = \varrho g x \cdot A y$ és $p_2 V_1 = \varrho g y \cdot A x$, és ezek egyenlők.

Az első két tagra a gáztörvényt alkalmazva $p_2 V_2 = \mu R T_2$ és $p_1 V_1 = \mu R T_1$. A gázon végzett munka:

$$\Delta W = -\frac{1}{2} \cdot \mu R (T_2 - T_1) = 0{,}042 \text{ joule}.$$

II. A folyamat közben a nyomás és a térfogat egyenesen arányosak (politrop változás, 8. ábra).



8. ábra

A nyomás $\varrho g x$, a térfogat $A x$, a gáztörvény szerint $pV = \varrho g x \cdot A x = \varrho g A x^2 = \mu R T$. A munkavégzést a trapéz területe jelenti:

$$\Delta W = -\frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = -\frac{\varrho g A}{2}(x_2^2 - x_1^2).$$

Az egyik metszéspontnál:

$$\varrho g A x_1^2 = \mu R T_1, \qquad x_1 = \sqrt{\frac{\mu R T_1}{\varrho g A}},$$

a másik metszéspontnál:

$$\varrho g A x_2^2 = \mu R T_2, \qquad x_2 = \sqrt{\frac{\mu R T_2}{\varrho g A}}.$$

A gázon végzett munka:

$$\Delta W = -\frac{\varrho g A}{2}\left(\frac{\mu R T_2}{\varrho g A} - \frac{\mu R T_1}{\varrho g A}\right) = -\mu\frac{R}{2}(T_2 - T_1).$$

A munkavégzés ismeretében a levegő hőfelvétele:

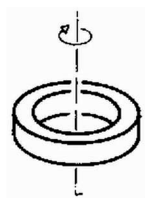
$$\Delta Q = \mu \cdot C_v(T_2 - T_1) + \mu\frac{R}{2}(T_2 - T_1) = -0{,}205 - 0{,}042 = -0{,}247 \text{ joule}.$$

Tehát a levegő 0,247 joule hőt adott le.

A feladat érdekessége, hogy a kezdeti adatok kiesnek.

A II. forduló feladatai a II. és III. csoportban

1. *A vízszintes síkban forgó* $r = 10$ cm *sugarú vékony gyűrűt* $h = 20$ cm *magasságból az asztalra ejtünk (9. ábra). Az elejtés pillanatában a gyűrű* $\omega_0 = 21\ \mathrm{s}^{-1}$ *szögsebességgel forog függőleges tengelye körül. Az ütközés rugalmatlan és igen rövid idő alatt megy végbe. A súrlódási tényező a gyűrű és az asztal között* $\mu = 0{,}3$. *Továbbá* $g = 10\ \mathrm{m/s}^2$. *Hány fordulatot tesz meg a gyűrű az elejtéstől számítva a megállásig?*



9. ábra

(Szegedi Ervin)

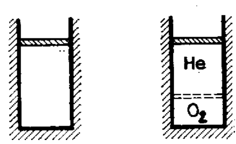
Megoldás. Az esés ideje $t_0 = \sqrt{2h/g} = 0{,}2$ s, az esés végsebessége $v = gt_1 = 2$ m/s. Az esés közben a gyűrű szögelfordulása $\varphi_0 = \omega_0 \cdot t_0 = 4{,}2$.

Az ütközés igen rövid ideje alatt a gyűrűt az asztalhoz nyomó erő $mv/\Delta t$, a súrlódási erő $\mu mv/\Delta t$, ennek forgatónyomatéka $\mu rmv/\Delta t$. Mivel az ütközés ideje igen rövid, ezért a súrlódási erő számítása közben a súly elhanyagolható. A gyűrű tehetetlenségi nyomatéka $\Theta = mr^2$. Az ütközés közben a fékező szöggyorsulás $\beta = \mu rmv/\Theta\Delta t = \mu v/r\Delta t$. Az ütközés közben Δt idő alatt a szögsebesség csökkenése $\Delta\omega = \beta \cdot \Delta t = \mu v/r = 6\ \mathrm{s}^{-1}$. Eközben a szögelfordulás az idő rövidsége miatt elhanyagolható.

Az ütközés után a szögsebesség $\omega_1 = \omega_0 - 6 = 21 - 6 = 15\ \mathrm{s}^{-1}$. Ezután az asztalon fekvő gyűrű forgása fékeződik, a fékező erő μmg, ennek forgatónyomatéka μmgr. A fékező szöggyorsulás $\beta_1 = \mu mgr/\Theta = \mu g/r = 30\ \mathrm{s}^{-2}$. A megállásig eltelt idő $t_1 = \omega_1/\beta_1 = 0{,}5$ s. Ezalatt a szögelfordulás $\beta_1 t_1^2/2 = 3{,}75$.

A teljes szögelfordulás $4{,}2 + 3{,}75 = 7{,}95$, a megtett fordulatok száma $7{,}95/2\pi = = 1{,}265$.

2. *Egy dugattyús hengerben* 4 gramm *hélium és* 16 gramm *oxigén van elzárva* 0 ℃ *hőmérsékleten és* 10^5 Pa *nyomáson (10. ábra). A henger fala és a dugattyú hőszigetelő. A nyomást* $2 \cdot 10^5$ Pa-*ra fokozzuk. Mennyi lesz ezután a gázkeverék hőmérséklete és térfogata? A hélium molhői* $C_{vh} = 12{,}3$ J/mol · K, $C_{ph} = 20{,}5$ J/mol · K; *az oxigén molhői* $C_{vo} = 20{,}5$ J/mol · K, $C_{po} = 28{,}7$ J/mol · K.



10. ábra

(Vermes Miklós)

Megoldás. A héliumnak és az oxigénnek különböző κ fajhőhányadosa van, ezért az adiabatikus törvény ($pV^\kappa =$ konstans) ugyanakkora nyomásváltozásnál az egyes gázok mindegyikére más térfogatot és ezzel együtt más hőmérsékletet jelent.

Helyezzünk el gondolatban egy hőszigetelő dugattyút az össze nem keveredett hélium és oxigén közé. Először megvizsgáljuk, hogyan változnak a kétféle gáz adatai a nyomás fokozása következtében.

A hélium számára $V_{h1} = 22{,}4\ \mathrm{dm}^3$, $\kappa_h = 5/3$ és az új térfogat V_{h2}. Az adiabatikus törvény szerint $10^5 \cdot 22{,}4^{5/3} = 2 \cdot 10^5 \cdot V_{h2}^{5/3}$. Innen az összenyomott hélium térfogata $V_{h2} = 14{,}778\ \mathrm{dm}^3$. A gáztörvénnyel számíthatjuk a hélium hőmérsékletét az összenyomás után (T_{h2}):

$$10^5 \cdot 22{,}4/273 = 2 \cdot 10^5 \cdot 14{,}778/T_{h2}, \quad \text{innen} \quad T_{h2} = 360{,}26 \text{ K}.$$

Az oxigén számára $V_{o1} = 11{,}2\ \mathrm{dm}^3$, $\kappa_o = 1{,}4$ és az új térfogat V_{o2}. Az adiabatikus törvény szerint $10^5 \cdot 11{,}2^{1,4} = 2 \cdot 10^5 \cdot V_{o2}^{1,4}$. Innen az összenyomott oxigén térfogata $V_{o2} = 6{,}826\ \mathrm{dm}^3$. A hőmérséklete a gáztörvénnyel számítva:

$$10^5 \cdot 11{,}2/273 = 2 \cdot 10^5 \cdot 6{,}826/T_{o2}, \quad \text{innen} \quad T_{o2} = 332{,}77\ \mathrm{K}.$$

Ezután elvesszük a gondolatban behelyezett középső dugattyút, ekkor a két gáz keveredik állandó nyomás mellett és közös T hőmérséklete lesz.

$$1 \cdot 20{,}5 \cdot (360{,}26 - T) = 0{,}5 \cdot 28{,}7(T - 332{,}77).$$

Ebből következik a gázkeverék végső hőmérséklete: $T = 348{,}94$ K.

A gázkeverékben levő hélium térfogata:

$$\frac{10^5 \cdot 348{,}94 \cdot 22{,}4}{2 \cdot 10^5 \cdot 273} = 14{,}314\ \mathrm{dm}^3.$$

A gázkeverékben levő oxigén térfogata:

$$\frac{10^5 \cdot 348{,}94 \cdot 11{,}2}{2 \cdot 10^5 \cdot 273} = 7{,}157\ \mathrm{dm}^3.$$

A kísérlet végén a gázkeverék együttes térfogata $14{,}314 + 7{,}157 = 21{,}471\ \mathrm{dm}^3$.

A keveredés folyamán a hélium leadott mozgási energiát az oxigénnek, mert az oxigén molekulái ugyanazon a hőmérsékleten több energiát igényelnek, mint a hélium molekulái, mert a repülésen kívül forognak is.

Megjegyzés: A gázkeverék adiabatikus változására vonatkozó Poisson-törvény általános esetre levezetve így szól: Ha adva van n_1 mol gáz, amelynél κ_1 és n_2 mol gáz, amelynél κ_2 érvényes, akkor

$$pV^{\left(\frac{n_1 C_{p1} + n_2 C_{p2}}{n_1 C_{v1} + n_2 C_{v2}}\right)} = \text{konstans}.$$

3. *Egy lezárt doboz két kivezetésére különböző körfrekvenciájú váltófeszültségeket kapcsoltunk, és a következő váltóáramú ellenállásokat mértük:*

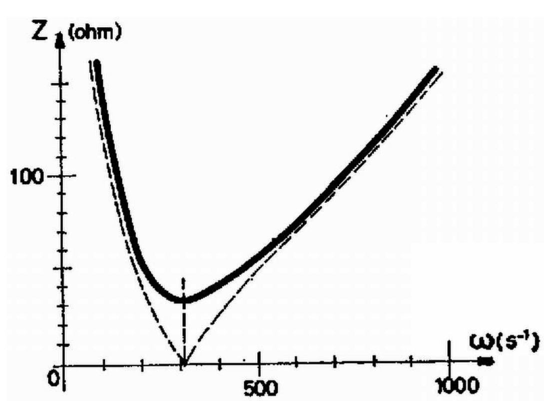
$\omega\ [\mathrm{s}^{-1}]$	20	200	250	300	325	350	400	1000	5000
$Z\ [\Omega]$	782	53,0	34,0	25,4	25,2	27,2	34,9	145,5	792

Mi van a dobozban?

(Vermes Miklós)

Megoldás. Mivel a váltóáramú ellenállásnak minimuma van, ezért kondenzátort és önindukciós tekercset sorba kapcsolva tartalmaz a doboz (11. ábra). A rezonanciafrekvenciánál az ellenállás nem nulla, ezért sorba kapcsolt ellenállás is szerepel. L induktivitást, C kapacitást és R ellenállást sorba kapcsolva a váltóáramú ellenállás:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1 - \omega^2 LC}{\omega C}\right)^2}.$$



11. ábra

Megtehetnénk, hogy az értéktáblázat három adatpárját felhasználva három egyenletet írunk fel és az egyenletrendszert megoldjuk. Ez igen fárasztó számolást jelentene, elfogadható pontossággal egyszerűbben is eljárhatunk.

Rezonancia esetén $Z = R$. Az ellenállás minimuma kb. $R = 25$ ohm. Ezzel ismerjük az ohmos ellenállást. (A rezonanciához tartozó körfrekvencia $\omega = 310\ \mathrm{s}^{-1}$.)
Igen kis frekvenciánál szinte csak a kondenzátor okoz ellenállást:

$$782 = \frac{1}{20C},$$

innen $C = 63{,}9\ \mu\mathrm{F}$.

Igen nagy frekvencia esetében csak az önindukciós tekercs okoz lényeges ellenállást:

$$792 = 5000\ L,$$

innen $L = 0{,}158$ henry.

Megjegyzés: A táblázat kiszámításakor használt adatok: $C = 63{,}7\ \mu\mathrm{F}$, $L = 0{,}159$ henry, $\omega = 314\ \mathrm{s}^{-1}$ ($f = 50\ \mathrm{s}^{-1}$) voltak.

III. forduló

A harmadik (kísérleti) fordulóban a versenyzőknek először egy fototranzisztor karakterisztikáját kellett meghatározni, majd e mérés adatait felhasználva üveglemezek fényvisszaverődésének és fényelnyelésének a tanulmányozása volt a feladat.

Vermes Miklós

Az 1989. évi OKTV eredménye

I. csoport

1. díj: Herbert Norbert (Pécs, Zipernovszky K. Műszaki Szki., IV. o. t., tanára: Kiss Jenő)
2. díj: Budai Zoltán (Budapest, Landler J. Híradástechn. Szki., IV. o. t., tanára: Barabás János)
3. díj: Karászi Péter (Debrecen, Mechwart A. Gépip. Szki., IV. o. t., tanára: dr. Kopcsa József)

A további helyezettek: 4. *Szakáts Géza* (Vác, Lőwy S. Ip. Szki., III. o. t., t: Arany Tóth László); 5. *Hortoványi Ottó* (Debrecen, Mechwart A. Gépip. Szki., III. o. t., t.: dr. Kopcsa József).

Elsőfokú dicséretet 15, másodfokú dicséretet 5 versenyző kapott.

II. csoport

1. díj: Károlyi Antal (Budapest, I. István Gimn., IV. o. t., tanára: Moór Ágnes)
2. díj: Hidvégi Zoltán (Budapest, Árpád Gimn., IV. o. t., tanára: Szűcs Zsuzsanna)
3. díj: Késmárki Szabolcs (Kecskemét, Bányai J. Gimn., IV. o. t., tanára: Borsos Ferenc)

A további helyezettek: 4. *Mohácsi Péter* (Budapest, I. István Gimn., IV. o. t., t.: Moór Ágnes); 5. *Pátrovics Levente* (Budapest, I. István Gimn., IV. o. t., t.: Moór Ágnes); 6. *Komorowicz Erzsébet* (Budapest, Fazekas M. Gimn., IV. o. t., t.: Tóth László); 7. *Bordás Ferenc* (Szeged, Radnóti M. Gimn., IV. o. t., t.: Győri István és Dudás Zoltánné); 8. *Peták Attila* (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., IV. o. t., t: Hubert Györgyné); 9. *Gerecs László* (Pécs, Nagy Lajos Gimn., III. o. t., t.: Györkő Zoltánné); 10. *Horváth Tibor* (Kecskemét, Katona J. Gimn., o. t., t.: Kocsisné Domján Erzsébet és Sáró Péter).

Elsőfokú dicséretet 10, másodfokú dicséretet 7 versenyző kapott.

III. csoport

1. díj: Szabó Szilárd (Budapest, Apáczai Cs. J. Gimn., IV. o. t., tanára: Holics László)
2. díj: Hornig Rudolf (Budapest, Apáczai Cs. J. Gimn., IV. o. t., tanára: Flórik György)
3. díj: Felső Gábor (Budapest, Apáczai Cs. J. Gimn., IV. o. t., tanára: Flórik György)

A további helyezettek: 4. *Lévay Ákos* (Budapest, Apáczai Cs. J. Gimn., t.: Flórik György); 5. *Péter Tamás* (Budapest, Radnóti M. Gimn., IV. o. t., t.: Tomcsányi Péter); 6. *Somfai Ellák* (Pápa, Petőfi S. Gimn., IV. o. t., t.: Dankó Ferenc); 7. *Gombos Béla* (Budapest, Apáczai Cs. J. Gimn., IV. o. t., t.: Flórik György); 8. *Csuka Zoltán* (Budapest, Apáczai Cs. J. Gimn., IV. o. t., t.: Kelemen László); 9. *Mimon Tibor* (Pécs, Nagy Lajos Gimn., IV. o. t., t.: Kállai Miklósné); 10. *Seres Árpád* (Békéscsaba, Rózsa F. Gimn., IV. o. t., t.: Simon Imréné).

Elsőfokú dicséretet 11, másodfokú dicséretet 9 versenyző kapott.