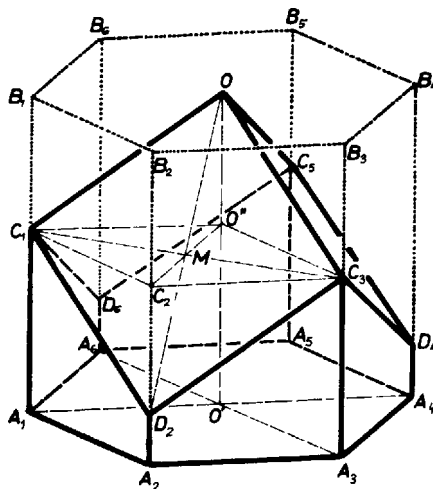


1. Az alaplap középpontját  $O'$ -vel jelölve, a hasáb szimmetriái:  $60^\circ$ -os elfordítás az  $OO'$  tengely körül, tükrözések az  $A_iOA_{i+3}$  síkokra ( $i = 1, 2, 3$ ) – továbbá még 4 tükörsík, amelyekre nem lesz szükségünk. A  $C_j$  ( $j = 1, 3, 5$ ) pontok kijelölése és a  $C_jOC_{j+2}$  síkokkal való lecsonkítások után maradó részttest is tükrös az  $A_iOA_{i+3}$  síkokra, de az  $OO'$  tengely körül csak  $120^\circ$ -os elfordítások viszik át önmagába a testet ( $C_1, C_3, C_5$ -öt ciklikusan egymásba), mert az  $O$ -tól  $C_1$  és  $C_3$  felé lejtő sík az  $A_2B_2$  oldalél egyenesét  $C_1$ -nél mélyebben metszi.



E metszéspontot  $D_2$ -vel jelölve, az  $OC_1D_2C_3$  négyszög rombusz, ugyanis az  $A_2B_2B_3$  oldallap párhuzamos az  $A_1C_1O$  (azaz  $A_1OA_4$ ) síkkal, így az  $A_2B_2O$  síkra való tükröképek, az  $A_2B_2B_1, A_3C_3O$  síkok is párhuzamosak, ezért az  $OC_1C_3$  sík metszéspontjaira  $D_2C_3 \parallel C_1O$  és  $D_2C_1 \parallel C_3O$ , továbbá nyilvánvalóan  $OC_3 = OC_1$ . E rombusz középpontját  $M$ -mel jelölve,  $D_2$  kétszer akkora távolságban van a fedőlap síkja alatt, mint  $M, C_1$  és  $C_3$ , azaz  $B_2D_2 = 2B_1C_1$ . És mivel

$$B_1C_1 = B_1A_1 - C_1A_1 = A_3A_1 - A_2A_1 < A_2A_3 = C_1A_1,$$

vagyis  $C_1$  följebb van a hasáb fele magasságánál, azért  $D_2$  az  $A_2B_2$  élnek belső pontja.

Így a mondott rombusz a részttestnek egy lapja, a hasáb oldallapjaiból pedig az  $A_2D_2C_1A_1$ -gyel egybevágó trapézok maradnak vissza.

2. A felszínszámítás céljára a fentiek alapján

$$B_2D_2 = 2(\sqrt{3} - 1), \quad OD_2 = \sqrt{1 + 4(\sqrt{3} - 1)^2} = \sqrt{17 - 8\sqrt{3}},$$

$$C_1C_3 = \sqrt{3}, \quad A_2D_2 = 2 - \sqrt{3},$$

és a 3 rombusz, a 6 trapéz és az alaphatszög együttes területe

$$F = 3 \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{17 - 8\sqrt{3}}}{2} + 6 \cdot \frac{3 - \sqrt{3}}{2} + 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 9 + 1,5\sqrt{51 - 24\sqrt{3}} - 1,5\sqrt{3} = 11,01 \text{ területegység.}$$

3. Messük le a vizsgált testről a  $C_1$ -en átmenő, az alappal párhuzamos  $S$  síkkal az  $OC_1C_3C_5$  gúlát és jelöljük  $OO'$ -nek,  $A_2B_2$  -nek  $S$ -beli pontját  $O''$ -vel,  $C_2$ -vel. A  $C_1C_3$  tengely körüli,  $180^\circ$ -os elfordítás  $O''$ -t  $C_2$ -be viszi át és ezért  $O$ -t a  $D_2$ -be, így az  $OO''C_1C_3$  gúla alkalmas a vizsgált test fölött és  $S$  alatt keletkezett  $D_2C_2C_1C_3$ , gúla alakú térrész kitöltésére. Nyilvánvaló ebből, hogy a vizsgált test térfogata annyi, mint az  $A_1 \dots A_6$  alapú és  $A_1C_1$ , oldalélű hasáb térfogata, az pedig  $1,5\sqrt{3} = 2,60$  térfogategység.

Schmidt József (Esztergom, Dobó Katalin Gimn., IV. o, t.)