Az 1988/89. tanévi Hajós György Matematikai Tanulmányi Versenyt a Kilián György Repülő Műszaki Főiskola rendezte meg Szolnokon 1989. április 7-én és 8-án.

Az idei, sorrendben tizenötödik versenyen 16 főiskola egy-egy csapata vett részt összesen 62 versenyzővel.

Az öttagú versenybizottság, amelynek elnöke az idén dr. Csató Sándor főiskolai adjunktus volt, a következő feladatokat tűzte ki:

1. Legyen $f(x) = ax + b$, ahol $a,\ b$ valós szám. Mutassa meg, hogy az

$$|f(0) - 1|, \quad |f(1) - 3|, \quad |f(2) - 9|$$

számok mindegyike nem lehet kisebb 1-nél!

2. Határozza meg a következő sorozat határértékét:

$$a_n = \frac{n \cdot 1 + (n-1) \cdot 2 + (n-2) \cdot 3 + \ldots + 1 \cdot n}{n^3}.$$

3. Bizonyítsa be, hogy ha x egész; $p,\ m,\ n$ pozitív egész, akkor $x^2 + x + 1$ osztója az

$$x^{3p} + x^{3m+1} + x^{3n+2}$$

számnak!

4. Tekintsünk egy r sugarú gömbbe írt, a gömb középpontjára szimmetrikus testet. Vegyük az összes olyan szakaszt, amely a test valamelyik két csúcsát összeköti. Bizonyítsa be, hogy ezen szakaszok négyzeteinek összege $k^2 \cdot r^2$, ahol k a test csúcsainak száma!

5. Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számok halmazán:

$$\frac{2x^2}{1+x^2} = y; \qquad \frac{2y^2}{1+y^2} = z; \qquad \frac{2z^2}{1+z^2} = x.$$

*

A csapatverseny első három helyezettje:

1. Kandó Kálmán Villamosipari Műszaki Főiskola, Székesfehérvár,
2. MN Zalka Máté Katonai Műszaki Főiskola, Budapest,
3. Széchenyi István Közlekedési és Távközlési Műszaki Főiskola, Győr.

Az egyéni verseny első három helyezettje:

1. Nguyen Hong Dau (MN Zalka Máté Katonai Műszaki Főiskola, Budapest),
2. Horváth Sándor (Gépipari és Automatizálási Műszaki Főiskola, Kecskemét),
3. Pénzes Sándor (Kandó Kálmán Villamosipari Műszaki Főiskola, Székesfehérvár).