

1. Oldja meg az alábbi egyenletet:

$$(x - 2)^2 = \sqrt{4 - 4x + x^2}.$$

2. Egy szimmetrikus trapéz átlói merőlegesen egymásra és két olyan részre osztják egymást, amelyek aránya 7:17. Mekkora a trapéz területe, ha a kerülete $100\sqrt{2}$ egység?

3. Oldja meg és vizsgálja az

$$\begin{aligned} ax + 3y &= 12, \\ 12x + ay &= 24 \end{aligned}$$

egyenletrendszert, ahol a valós paraméter.

4. Az ABC egyenlő szárú háromszögben $AB = AC = 4$ egység. A háromszög területe 4 területegység. Számítsa ki a háromszög szögeit és a BC oldal hosszát!

5. Határozza meg az a paraméter értékét úgy, hogy az

$$x^2 - ax + 2a - 4 = 0$$

egyenlet egyik gyöke a másik gyökének háromszorosa legyen!

6. Egy trapéz egyik oldala 8 egység, a vele párhuzamos oldal és a magasság összege 12 egység. Hogyan kell megválasztani a trapéz magasságát, hogy a trapéz területe a lehető legnagyobb legyen? Mekkora a legnagyobb terület?

7. Egymástól 8 egység távolságban haladó párhuzamos egyenesek között két, egymást érintő, egyenlő sugarú kör helyezkedik el. (A körök az egyenest is érintik.) A két kör középpontján áthaladó, az adott párhuzamos egyenesekre merőleges egyenesek távolsága 4 egység. Számítsa ki a körök sugarát.

8. Az ABC hegyesszögű háromszög magasságpontja M , a körülírt kör A -val átellenes pontja A' . Igazolja, hogy a $BMCA'$ négyszög paralelogramma.